Une expérience de pédagogie inversée

Stéphanie Bridoux
Université de Mons (Belgique) – LDAR, Université Paris Diderot

CII Lycée et Université
30 janvier 2016

Contexte de l'expérience

- Expérience menée à l'Université de Mons (Belgique), février 2015.
- Cours de mathématiques pour des informaticiens, deuxième semestre.
- 31 étudiants de L1, habitués au système « cours – TD ».
- Première expérience pour l'enseignant et pour les étudiants.
- Le cours a démarré avec cette expérience.
- Chapitre visé : les suites
  - notion de suite numérique,
  - étude de la croissance d'une suite,
  - suite majorée, minorée, bornée.

Plan

Plan

1. Le cours classique
2. L'expérience
3. Les apprentissages des étudiants
4. Bilan

Mathématiques pour l'informatique 2

Le cours de « Mathématiques pour l'informatique 2 » (120 heures) s'inscrit dans la continuité de deux cours donnés au premier semestre :

1. Mathématiques élémentaires (six première semaines, 90 heures) : reprise de notions vues au lycée ;
2. Mathématiques pour l'informatique 1 (entre novembre et décembre, 60 heures) : logique, théorie des ensembles, techniques de preuves,...

Mathématiques pour l'informatique 2

Le cours de « Mathématiques pour l'informatique 2 » (120 heures) s'inscrit dans la continuité de deux cours donnés au premier semestre :

1. Mathématiques élémentaires (six première semaines, 90 heures) : reprise de notions vues au lycée ;
2. Mathématiques pour l'informatique 1 (entre novembre et décembre, 60 heures) : logique, théorie des ensembles, techniques de preuves,...

L'accent est mis sur

- la rédaction des raisonnements,
- la disponibilité et la mise en relation des notions dans des exercices complexes,
- la production d'exemples et de contre-exemples,
- la manipulation du formalisme.

Le chapitre sur les suites

Le cours (3h30) :

- introduire les définitions et les notations,
- construire un répertoire d'exemples,
- manipuler le formalisme (en particulier la négation des définitions),
- tisser des liens entre les notions.

Les TD (6 h) :
liste d'exercices sur une plateforme en ligne.

Le chapitre sur les suites

Le cours (3h30) :

- introduire les définitions et les notations,
- construire un répertoire d'exemples,
- manipuler le formalisme (en particulier la négation des définitions),
- tisser des liens entre les notions.

Les TD (6 h) :
liste d'exercices sur une plateforme en ligne.

$\Rightarrow$ Un chapitre peu volumineux. De plus, les suites ont été étudiées au lycée.

Plan

Choix du matériel

Matériel :

- une vidéo de cours sur Exo 7 ($7'55$) : *Suites – partie 1 : définitions*,
- le poly correspondant à la vidéo (3 pages),
- les premiers exercices et leur correction (ce sont en fait les exemples pris dans le cours classique).

Choix du matériel

Matériel :

- une vidéo de cours sur Exo 7 ($7'55$) : *Suites – partie 1 : définitions*,
- le poly correspondant à la vidéo (3 pages),
- les premiers exercices et leur correction (ce sont en fait les exemples pris dans le cours classique).

Qu'est-ce qui distingue ce matériel du cours classique ?

Le poly vs le cours classique

1.1. Définition d'une suite

Définition 1

- Une ***suite*** est une application $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$.
- Pour $n \in \mathbb{N}$, on note $u(n)$ par u_n et on l'appelle n-ème ***terme*** ou ***terme général*** de la suite.

La suite est notée u, ou plus souvent $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou simplement (u_n). Il arrive fréquemment que l'on considère des suites définies à partir d'un certain entier naturel n_0 plus grand que 0, on note alors $(u_n)_{n \geqslant n_0}$.

Exemple 1

- $(\sqrt{n})_{n\geqslant 0}$ est la suite de termes : $0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots$
- $((-1)^n)_{n\geqslant 0}$ est la suite qui alterne $+1, -1, +1, -1, \ldots$
- La suite $(S_n)_{n\geqslant 0}$ de l'introduction définie par $S_n = S \times (1,1)^n$,
- $(F_n)_{n\geqslant 0}$ définie par $F_0 = 1$, $F_1 = 1$ et la relation $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ pour $n \in \mathbb{N}$ (suite de Fibonacci). Les premiers termes sont $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$ Chaque terme est la somme des deux précédents.
- $\left(\frac{1}{n^2}\right)_{n\geqslant 1}$. Les premiers termes sont $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \ldots$

Le poly vs le cours classique

Le cours

Les étudiants donnent eux mêmes des exemples de suites :

- $0, 1, 2, 3, \ldots$
- suite de Fibonacci
- $1, 1/2, 1/3, 1/4, \ldots$
- l'enseignant complète (suite constante, nombre de déplacements dans le problème des tours de Hanoi,...)

L'enseignant amène petit à petit l'idée de fonction et la question du domaine.

Définition

Une suite de nombres réels est une fonction de I dans $\mathbb{R}$ où $I = \{n \in \mathbb{N} : n \geq n^*\}$ pour un certain $n^* \in \mathbb{N}$.
À un indice n on fait correspondre le terme x_n.
Notation : $(x_n)_{n \in I}$.

La vidéo vs le cours classique

La vidéo (extrait)

La vidéo vs le cours classique

La vidéo (extrait)

Le cours

3) Posons $(x_n) = ((-1)^n)_{n \in \mathbb{N}}$. Cette suite n'est ni croissante, ni décr.

La suite n'est pas croissante car $\exists n \in \mathbb{N}, x_n > x_{n+1}$.

Prenons $n = 2$. Alors $x_2 = (-1)^2 = 1$ et $x_3 = (-1)^3 = -1$,

et $1 > -1$

La suite n'est pas décroissante (vérifiez le).

Le matériel vs le cours classique

- Le poly et la vidéo présentent les définitions et quelques exemples simples.
- Aucun commentaire explicatif sur les notions introduites (passage de la définition aux dessins, structure logique de la définition...).
- On trouve très peu de justification dans les exemples.
- Peu de contre-exemples.
- Peu de liens entre les notions.

Le matériel vs le cours classique

- Le poly et la vidéo présentent les définitions et quelques exemples simples.
- Aucun commentaire explicatif sur les notions introduites (passage de la définition aux dessins, structure logique de la définition...).
- On trouve très peu de justification dans les exemples.
- Peu de contre-exemples.
- Peu de liens entre les notions.

$\Rightarrow$ Le matériel ne rencontre pas les objectifs de l'enseignant.

MAIS...

Le matériel vs le cours classique

- Le poly et la vidéo présentent les définitions et quelques exemples simples.
- Aucun commentaire explicatif sur les notions introduites (passage de la définition aux dessins, structure logique de la définition...).
- On trouve très peu de justification dans les exemples.
- Peu de contre-exemples.
- Peu de liens entre les notions.

$\Rightarrow$ Le matériel ne rencontre pas les objectifs de l'enseignant.

MAIS...

Toutes les notions abordées dans le cours classique sont abordées dans le matériel (dans un ordre différent).

Les premiers exos sont rédigés avec la rigueur attendue par l'enseignant.

$\Rightarrow$ Le matériel rencontre les objectifs de la pédagogie inversée.

Déroulement de l'expérience

- Réunion avec les étudiants.
- Explications sur le cours de MPI 2.
- Le premier chapitre : les étudiants travailleront seuls la théorie avec le matériel mis en ligne sur la plateforme.
- Délai donné : une semaine.
- La semaine suivante : un TD.

Déroulement de l'expérience

- Réunion avec les étudiants.
- Explications sur le cours de MPI 2.
- Le premier chapitre : les étudiants travailleront seuls la théorie avec le matériel mis en ligne sur la plateforme.
- Délai donné : une semaine.
- La semaine suivante : un TD.

En réalité : lors de la séance de TD, il est prévu de demander aux étudiants s'ils ont des questions sur le matériel utilisé.

Déroulement de l'expérience

- Réunion avec les étudiants.
- Explications sur le cours de MPI 2.
- Le premier chapitre : les étudiants travailleront seuls la théorie avec le matériel mis en ligne sur la plateforme.
- Délai donné : une semaine.
- La semaine suivante : un TD.

En réalité : lors de la séance de TD, il est prévu de demander aux étudiants s'ils ont des questions sur le matériel utilisé.

Que s'est-il passé ?

Une séance de cours.

La séance de cours

Trois questions sont posées :

Question 1

Je n'ai pas compris ce qu'est une suite constante. Pouvez-vous réexpliquer ?

Question 2

Dans l'exercice où on montre que (n^2) n'est pas majorée, je n'ai pas compris ce qu'était une suite non majorée. Pouvez-vous réexpliquer ?

Question 3

Je n'ai pas compris comment on étudie la croissance de la suite $\left(\frac{42^n}{(n+1)!}\right)$. Pouvez-vous réexpliquer ?

La séance de cours

Trois questions sont posées :

Question 1

Je n'ai pas compris ce qu'est une suite constante. Pouvez-vous réexpliquer ?

Question 2

Dans l'exercice où on montre que (n^2) n'est pas majorée, je n'ai pas compris ce qu'était une suite non majorée. Pouvez-vous réexpliquer ?

Question 3

Je n'ai pas compris comment on étudie la croissance de la suite $\left(\frac{42^n}{(n+1)!}\right)$. Pouvez-vous réexpliquer ?

$\Rightarrow$ Les trois questions portent sur les exercices.

La séance de cours – Question 1 (suite constante)

Une suite est constante si $\exists a \in \mathbb{R}\ \forall n \in \mathbb{N},\ x_n = a$.

On a donc $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} = (a)_{n\in\mathbb{N}}$.

La suite est croissante (resp. décroissante) car $\forall n \in \mathbb{N}$,

$x_n \leq x_{n+1}$ (resp. $x_n \geq x_{n+1}$) car $a \leq a$ (resp. $a \geq a$)

La séance de cours – Question 1 (suite constante)

Une suite est constante si $\exists a \in \mathbb{R}\ \forall n \in \mathbb{N}, x_n = a$.

On a donc $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} = (a)_{n \in \mathbb{N}}$.

La suite est croissante (resp. décroissante) car $\forall n \in \mathbb{N}$,

$x_n \leq x_{n+1}$ (resp. $x_n \geq x_{n+1}$) car $a \leq a$ (resp. $a \geq a$)

Rôle de l'enseignant : jeu de questions avec la classe qui le fait revenir aux notations utilisées pour écrire une suite ($(x_n)_{n\in\mathbb{N}} = x_0, x_1, x_2, \ldots$) puis à la définition de suite pour distinguer « indice » et « élément ».

La séance de cours – Question 2 (suite non majorée)

La suite (n^2) est minorée par 0 car c'est une suite positive.
Elle n'est pas majorée, càd $\forall m \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, n^2 > m$.

La séance de cours – Question 2 (suite non majorée)

La suite (n^2) est minorée par 0 car c'est une suite positive.
Elle n'est pas majorée, càd $\forall m \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, n^2 > m$.

Rôle de l'enseignant : jeu de questions qui le fait revenir à la définition de suite majorée, à en donner une interprétation moins formelle (à l'inverse du cours classique), à introduire un nouvel élément théorique (la représentation graphique d'une suite) et à revenir à la notion de domaine.

La séance de cours – Question 3 (croissance d'une suite)

4) Posons $(a_n) = \left(\frac{42^n}{(n+1)!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$

Soit $n \in \mathbb{N}$.

On a $a_n \leq a_{n+1} \iff \frac{42^n}{(n+1)!} \leq \frac{42^{n+1}}{(n+2)!}$

$\iff 1 \leq \frac{42}{n+2}$ (on a simplifié sans changer le sens de l'inégalité car tout est positif)

$\iff n+2 \leq 42$

$\iff \underbrace{n \leq 40}_{\text{Parfois vrai, parfois faux}}$

Donc la suite n'est ni croissante, ni décroissante.

Rôle de l'enseignant : reprendre tout l'exercice, commenter la méthode sur un plan logique, introduire la question des liens entre croissance et existence d'un minorant. La propriété est énoncée : une suite croissante est minorée par son premier élément (déjà énoncée dans le poly et dans la vidéo).

La séance de cours – Exercices

Premier exercice : liste de suites dont il faut trouver le domaine et donner les premiers termes.
L'enseignant reprend son jeu de questions durant la correction : forme du domaine d'une suite, liens croissance/suite majorée, production d'exemples,...

La séance de cours – Exercices

Premier exercice : liste de suites dont il faut trouver le domaine et donner les premiers termes.
L'enseignant reprend son jeu de questions durant la correction : forme du domaine d'une suite, liens croissance/suite majorée, production d'exemples,...

- Les notations ne sont toujours pas en place.
- Un nombre important d'étudiants pense qu'une suite croissante est forcément non majorée.
- Ils ne sont pas capables de produire des exemples (même simples) de suites croissantes, décroissantes,...

$\Rightarrow$ Des compléments théoriques sont à nouveau donnés par l'enseignant.

L'expérience

Bilan partiel

- L'aspect fonctionnel des suites est absent.
- Des notations qui ne sont pas du tout installées.
- Un répertoire d'exemples très pauvre.
- Des conceptions erronées chez un grand nombre d'étudiants.

L'expérience

Du point de vue de l'enseignant

- L'enseignant a refait une grande partie du cours classique mais dans un ordre différent et en allant peut-être moins loin dans les liens vu qu'il s'agissait de répondre aux questions des étudiants.
  $\Rightarrow$ Le cours est déstructuré.
- Les étudiants semblent s'être concentrés sur la liste d'exercices.
- Ils ne connaissent pas les définitions, celles qu'ils donnent empruntent des mots au langage courant et les quantifications y sont absentes.
- Le sentiment d'une étude approximative (je connais le public), une manière de travailler qui ne favorise finalement pas l'autonomie.

Plan

Le questionnaire

30 minutes, à la fin du premier TD.

Question 2 (liens entre les notions)

Vrai ou faux ?

- Une suite peut être à la fois croissante et décroissante.
- Toute suite croissante n'est pas bornée.
- Toute suite minorée ne peut pas être décroissante.
- Il existe une suite qui est à la fois majorée par 1 et par 2.

Le questionnaire

Question 2 : des erreurs très variées.

- Définitions erronées (absence de quanticateurs).
- Confusion entre « croissante et décroissante » et « ni croissant ni décroissant ».
- Production d'exemples :
  - $(-1/n)$ est bornée par -1,
  - (n) est une suite constante.
  - (2^n) est une suite bornée.
- Très peu de justifications.

Le questionnaire

Croissance d'une suite

Étudiez la croissance de la suite $\left(\frac{3^n}{n!}\right)$.

- 93% des étudiants utilisent la méthode présentée dans la liste d'exercices.
- 61% en déduisent une conclusion correcte mais la moitié d'entre eux ne fait pas de lien entre l'inégalité et la conclusion.
  $\Rightarrow$ Manque de justification.

Le questionnaire

Questions générales

Combien de temps avez-vous passé sur chaque type de support ?

- Temps passé sur chaque support : environ 15 minutes.
- Un travail qui se réduit à la simple lecture ou écoute ? Les étudiants ont-ils pris des notes ?
  J'ai lu deux fois le poly, j'ai regardé deux fois la vidéo.

Le questionnaire

Questions générales

Donnez votre avis sur le mode d'enseignement choisi pour ce chapitre. Veuillez mettre en évidence les points positifs et/ou négatifs de l'expérience.

Points positifs de l'expérience :

- apprendre par soi même : 32%
- liberté d'organisation : 42%
- possibilité de revenir plusieurs fois sur le support : 19%

  ⇒ meilleure compréhension (ce ne sont pas les bons étudiants qui donnent cet argument !).

Points négatifs de l'expérience :

- manque d'interaction avec l'enseignant : 61%
- inefficacité sur un sujet plus compliqué : 16%
- être plus distrait que pendant un cours : 19%

  ⇒ ces arguments sont donnés par les bons étudiants !

Plan

Bilan

Premières conclusions

- Des difficultés qui ne sont pas repérées dans le cours classique sont apparues (exemples, erreurs dans les définitions,...).
- Peu de temps consacré à l'étude du chapitre.
- Une apparente illusion sur le niveau des étudiants... mais vers le bas !
- Une expérience qui ne rencontre pas les objectifs de l'enseignant (rigueur dans la rédaction, utilisation des définitions,...).

Bilan

Du point de vue de l'enseignant

- Que vise-t-on dans l'enseignement des mathématiques ?
- Si on vise la technique, l'imitation, si la rédaction des raisonnements n'est pas importante, alors cette pédagogie peut remporter un certain succès.
- Quel est le rôle de l'enseignant dans les moments de cours ?
- Et la transition lycée-université ?