



Cinquantenaire des IREM – Besançon 9-11 mai 2019

# Chercher et apprendre dans (d') un groupe IREM Trajectoires d'acteurs et d'actrices...

Enseignement  
des mathématiques  
et des sciences

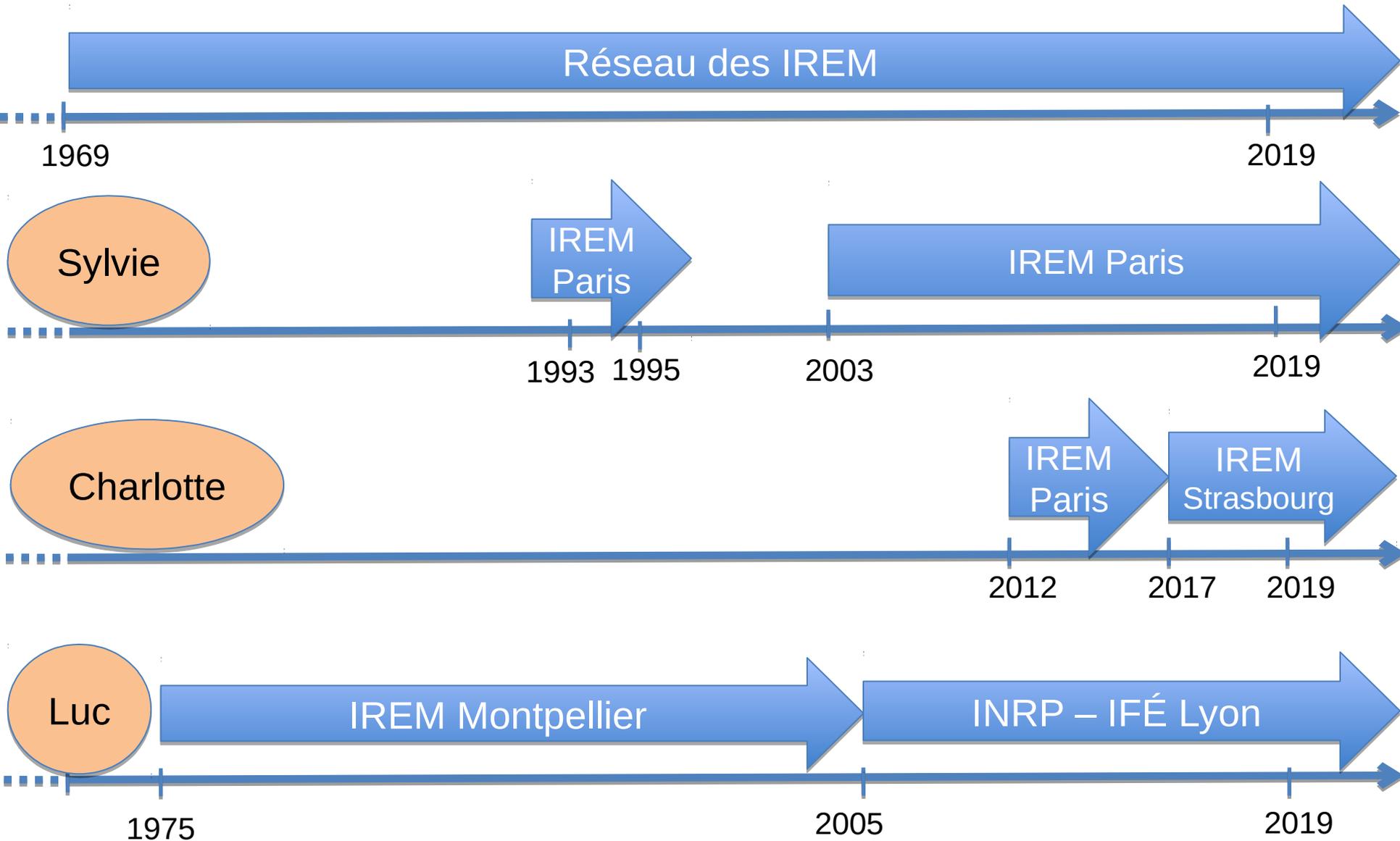
**FORMER**  
**CHERCHER**  
**DIFFUSER**

Colloque du  
**cinquante**  
naire  
des IREM

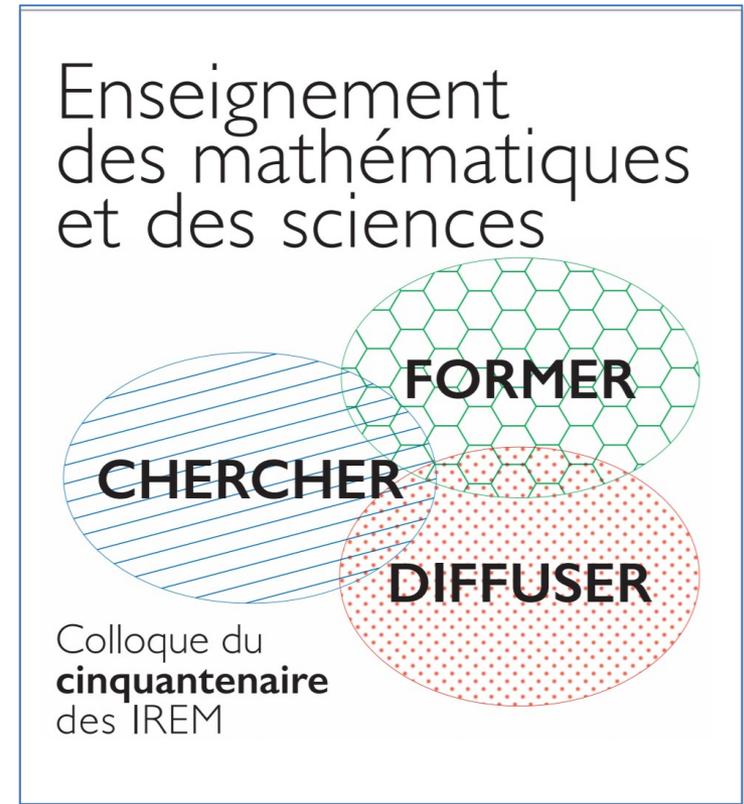
Sylvie Alory, Charlotte Derouet et Luc Trouche



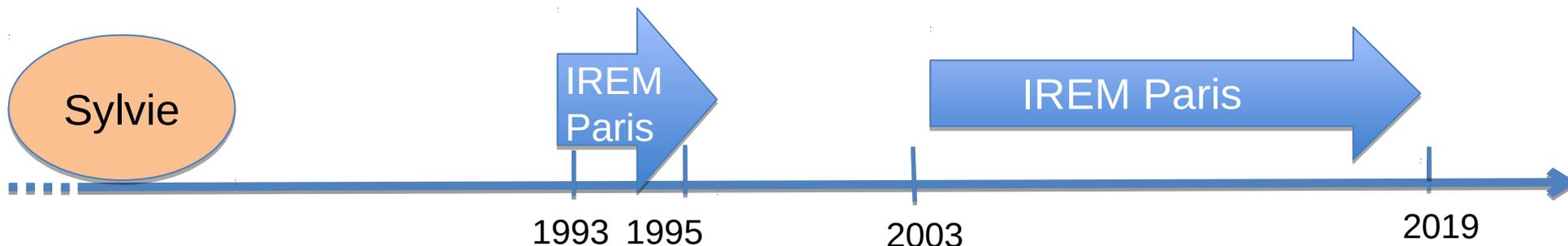
# Trajectoire d'un réseau, trajectoires d'acteurs



Chercher et apprendre  
dans (d') un groupe IREM  
Trajectoires d'acteurs et  
d'actrices...



**Sylvie Alory**, Charlotte Derouet et Luc Trouche



# Un professeur

Que m'a apporté ma participation aux groupes IREM ? Telle est la question à laquelle Fabrice Vandebrouck m'a demandé de répondre.

J'ai participé aux groupes :

- Leo (Langage, écrit, oral)
- GLU (groupe Lycée-Université)
- Analyse

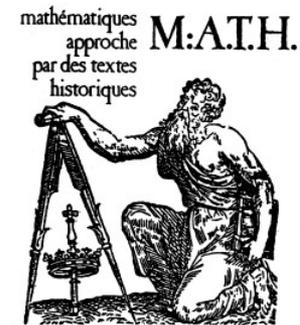
C'est au travers certains travaux auxquels j'ai participé que je me propose de répondre à cette question.

# Première rencontre

Le groupe **M. :A.T.H.** qui vise à introduire une dimension historique dans l'enseignement des mathématiques.



91  
JUILLET 2001



T  
O  
M  
E  
3

UNIVERSITE DENIS DIDEROT PARIS VII

Un apport fondamental des IREM :

## La formation continue

Des formations de grande qualité qui allient apports théoriques et pratiques.

La dernière en date : « Histoire de l'astronomie en classe de mathématiques » (Martine Bühler, Renaud Chorlay)

# Deuxième rencontre



Un travail sur une approche du nombre dérivé en première\_ avec Renaud Chorlay : brochure IREM n°97 mai 2015

Renaud et moi, alors tous deux formateurs à l'IUFM de Paris, décidons de construire une séance d'enseignement sur l'introduction du nombre dérivé en première.

Objectif du travail : **Rendre nécessaire la construction d'une définition du nombre dérivé par les élèves.** La tangente en un point à une courbe est introduite à partir du phénomène de rectitude locale au voisinage de ce point avec un jeu de zoom sur Géogébra. La classe sait qu'elle cherche une définition et un moyen de calcul. Nous avons alors présenté notre travail au groupe Analyse.

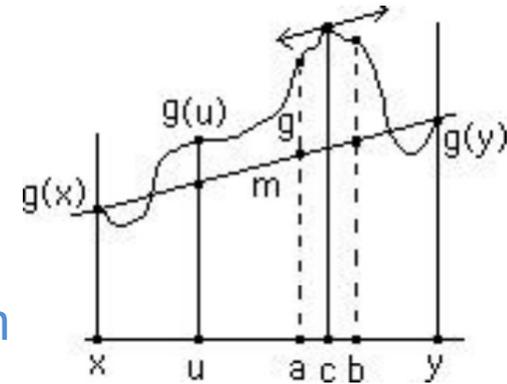
# Deuxième rencontre



## Des apports essentiels des groupes IREM :

- Chercher des solutions à nos difficultés d'enseigner certaines notions
- Modifier ma pratique
- Partager et participer à la rédaction d'une brochure

# Troisième rencontre



Ma participation à une réflexion autour de la fonction exponentielle

Brochure IREM n°99 décembre 2017

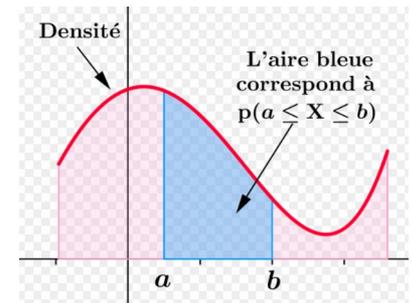
Ce travail est un travail collectif de synthèse sur les différentes façons d'introduire la fonction exponentielle aux élèves de différents niveaux et différentes séries du lycée, leurs limites et avantages respectives.

Apports essentiels des groupes IREM :

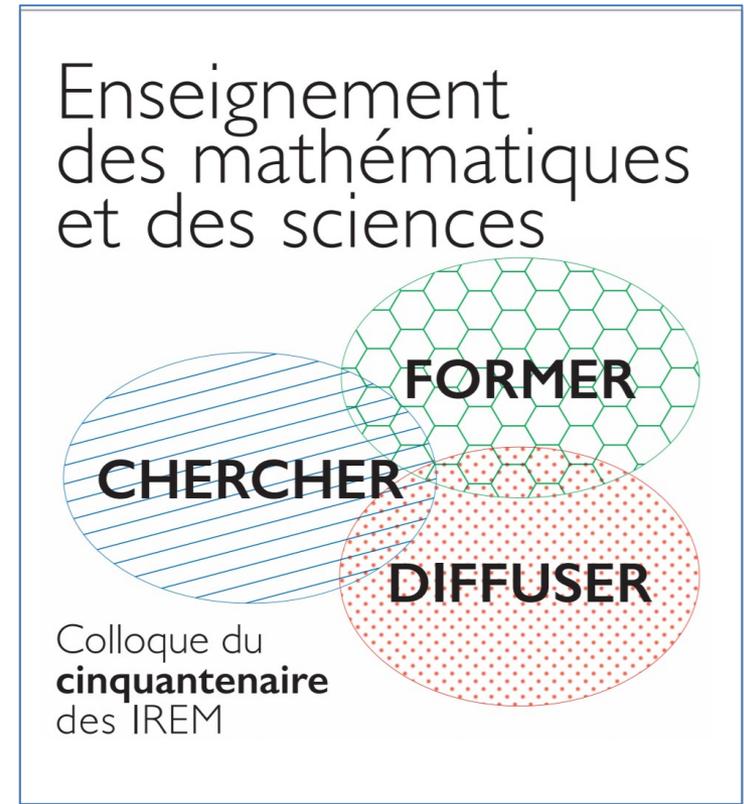
- L'échange et la comparaison de scénarii. L'étude des limites, des manquements de telle ou telle approche est un travail important.
- Un travail de synthèse de ce qui est déjà fait.
- Produire des ressources : une alternative aux manuels.

# Quatrième rencontre : Charlotte

Ma participation au travail de recherche de Charlotte Derouet sur le thème : intégration et probabilités



Chercher et apprendre  
dans (d') un groupe IREM  
Trajectoires d'acteurs et  
d'actrices...



Sylvie Alory, **Charlotte Derouet** et Luc Trouche

Charlotte

IREM  
Paris

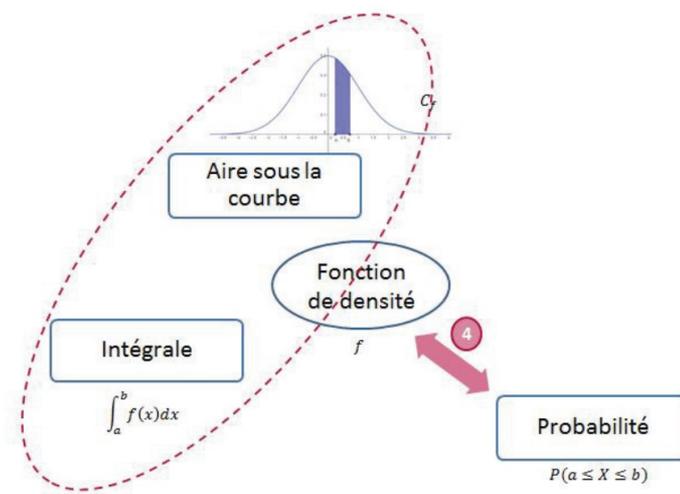
IREM  
Strasbourg

2012

2017

2019

# Contexte : un travail de thèse



Une thèse encadrée par Alain Kuzniak & Fabrice Vandebrouck, soutenue en novembre 2016

Objectif : concevoir et mettre en œuvre des tâches mathématiques d'introduction de la notion de fonction de densité :

- Réalisables en classe de terminale S
- Dans des conditions de fonctionnement habituelles

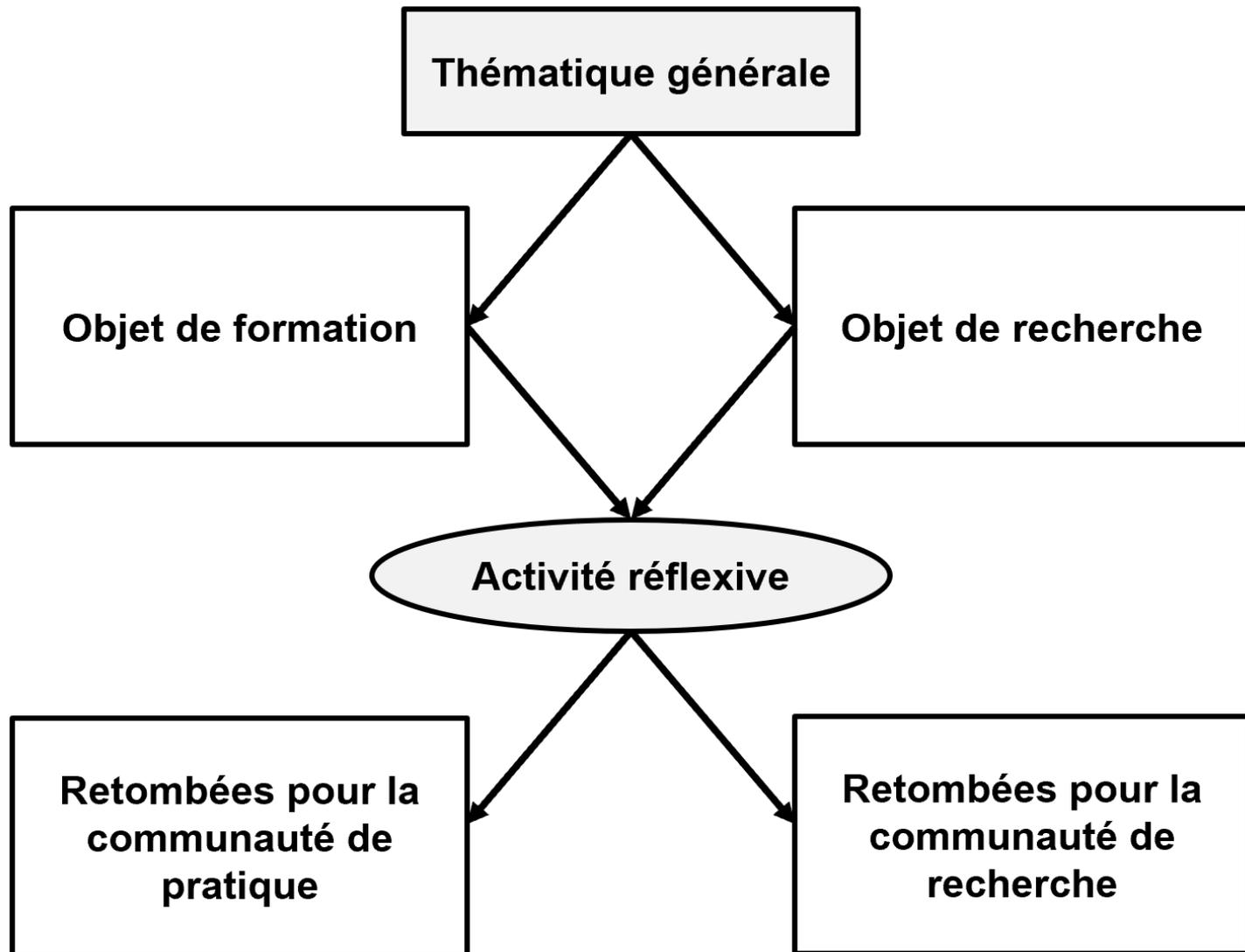
# Une méthodologie de recherche particulière : ingénierie didactique collaborative (Derouet, à paraître)

## Travail collaboratif enseignant/chercheur : Recherche collaborative

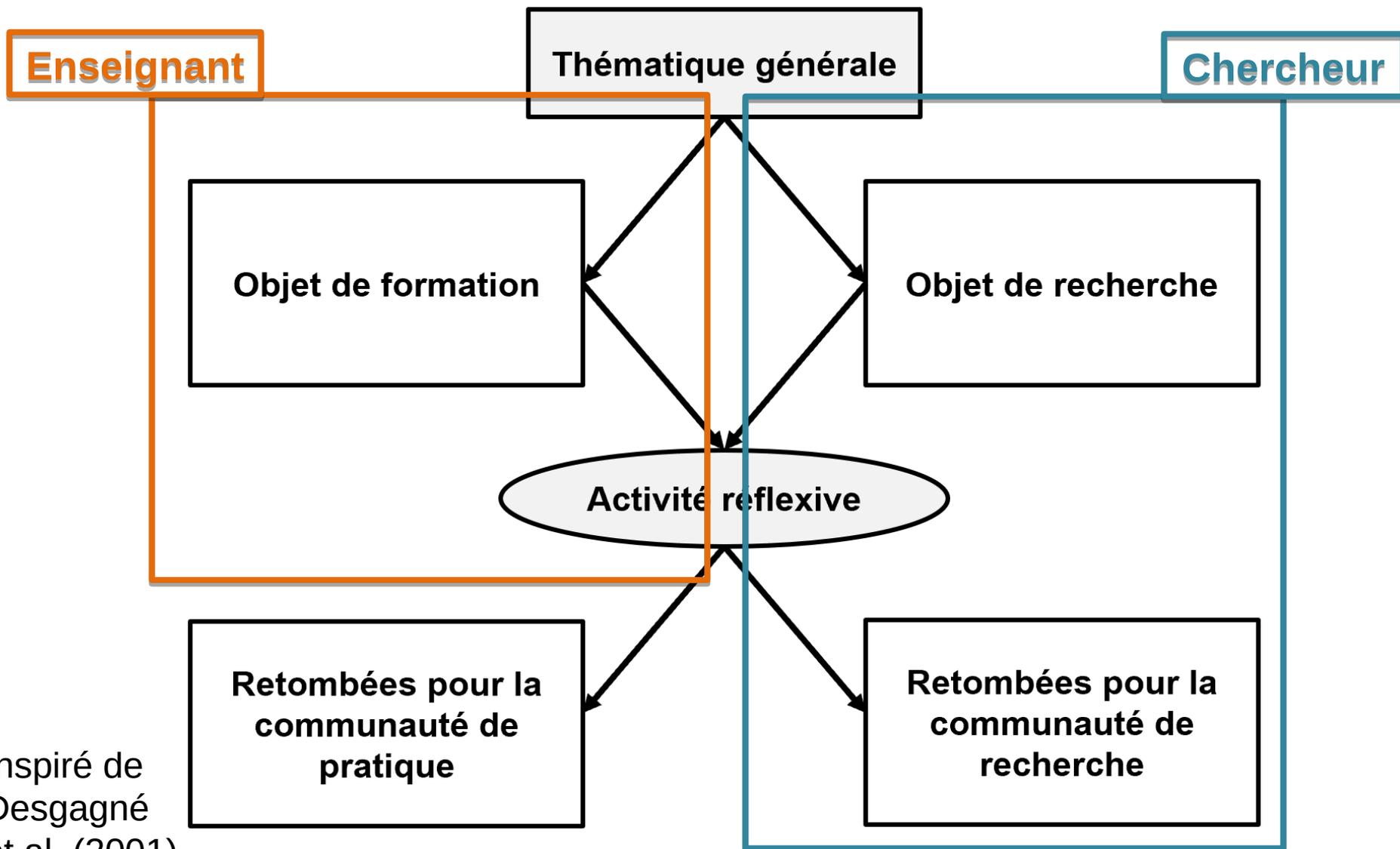
« Il ne s'agit pas seulement [...] de développer des situations d'enseignement riches et pertinentes sur le plan des apprentissages [...] mais de produire des situations qui soient aussi viables en contexte (que valent en effet des scénarios s'ils ne rencontrent aucun écho dans l'expérience ?) ». (Bednarz *et al.*, 2001, p. 45)

Ce travail d'équipe entre enseignants et chercheurs permet de donner plus de poids aux scénarios d'enseignement considérés et de « construire des activités, des interventions non seulement fécondes au plan des apprentissages mais aussi viables dans la pratique » (Bednarz *et al.*, 2001, p. 46).

# Inspirée du modèle de recherche collaborative

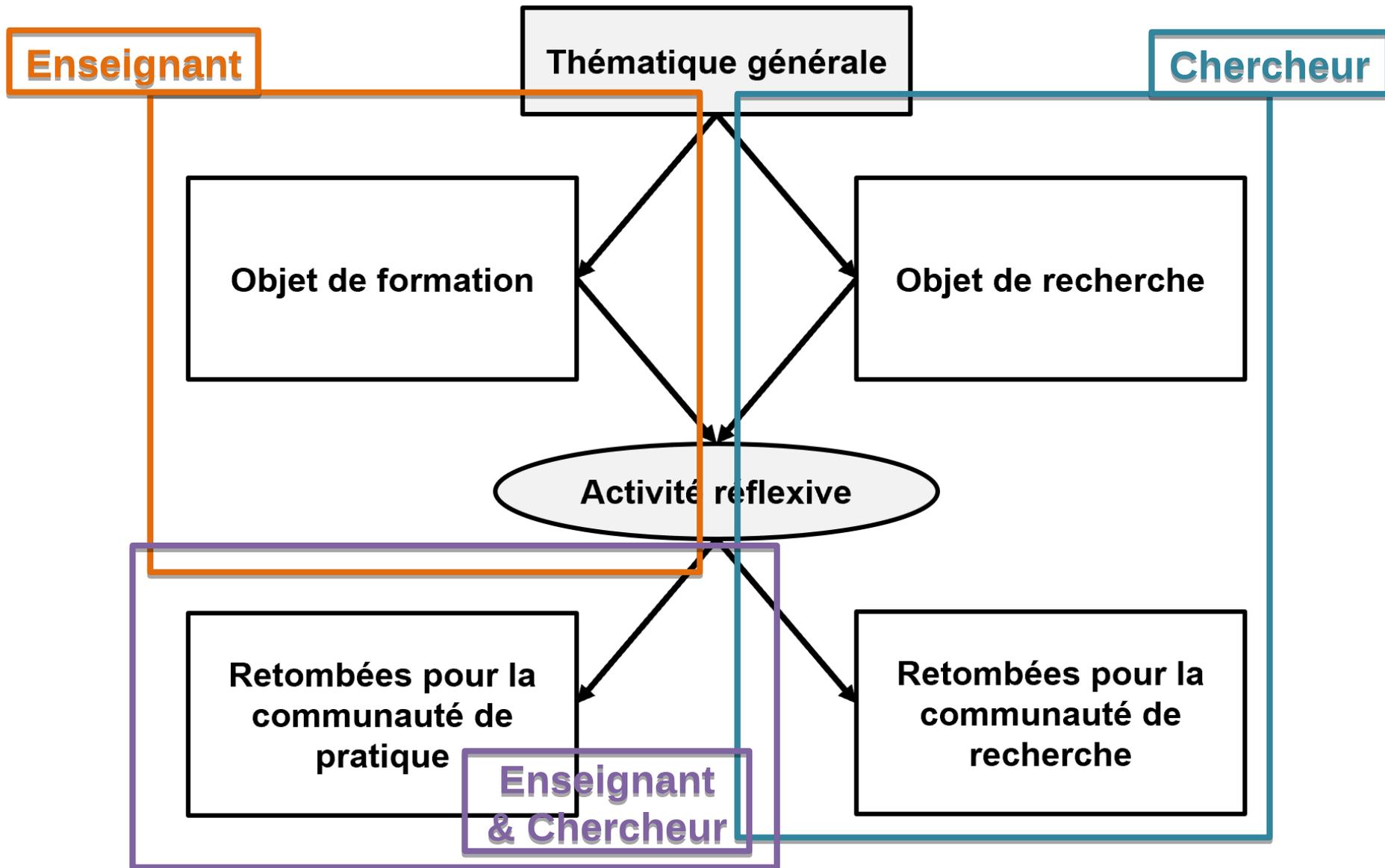


# Inspirée du modèle de recherche collaborative



Inspiré de  
Desgagné  
et al. (2001)

# Inspirée du modèle de recherche collaborative



**Collaboratif**

**Phase 2**  
**Conception et**  
**analyse *a priori***

Co-construction d'une séquence  
d'enseignement articulant lois à  
densité et calcul intégral

**Phase 3**  
**Expérimentatio**  
**n**

données :  
enregistrements  
audio des  
séances, photos  
du tableau,  
transcription

**Collaboratif**

**Phase 1**  
**Analyses**  
**préalables**

**Méthodologie : Ingénierie**  
**didactique collaborative**

Analyse historico-  
épistémologique

Analyse du  
programm  
e

Analyse des  
manuels de  
terminale S

Ingénierie  
didactique

Recherches  
collaboratives  
enseignants/  
chercheurs

**Phase 4**  
**Analyse *a***  
***posteriori* et**  
**validation**

**Diffusion auprès**  
**des enseignants**

**Collaboratif**

**Collaboratif**

# Prise en compte des « contraintes » de Sylvie

Mon objectif : que les séances proposées soient réalisables dans une classe « ordinaire » (sans conditions particulières)

Prise en compte des « contraintes » du terrain :

- Contraintes de temps
- Contraintes de résultats
- Contraintes matérielles
- Contraintes de proximité avec les habitudes de l'enseignante

**Collaboratif**

**Phase 2**  
Conception et  
analyse *a priori*

Co-construction d'une séquence  
d'enseignement articulant lois à  
densité et calcul intégral

**Phase 3**  
Expérimentation

données :  
enregistrements  
audio des  
séances, photos  
du tableau,  
transcription

**Collaboratif**

**Phase 1**  
Analyses  
préalables

Analyse historico-  
épistémologique

Analyse du  
programme

Analyse des  
manuels de  
terminale S

**Méthodologie : Ingénierie  
didactique collaborative**

Ingénierie  
didactique

Recherches  
collaboratives  
enseignants/  
chercheurs

**Phase 4**  
Analyse *a  
posteriori* et  
validation

**Collaboratif**

**Diffusion auprès  
des enseignants**

**Collaboratif**

# Quels apports pour l'enseignante ?

## Pour Sylvie...

- Rencontrer Charlotte !
- Proposer à mes élèves une séquence originale
- Partager ce travail avec un collègue, puis avec des collègues
- Participer à une formation continue à l'IREM de Paris sur statistique et probabilités
- L'occasion de participer à des colloques et de présenter notre travail
- Participer à l'écriture d'un article pour la revue Repères – IREM n°113 (Derouet & Alory, 2018)
- Etre invitée à l'IREM de Strasbourg pour présenter ce travail aux collègues de Charlotte

## Avant Charlotte :

### Introduction à la notion de densité de probabilité

On s'intéresse aux clients d'une banque qui possèdent un crédit à la consommation dont les mensualités de remboursement sont comprises entre 100 et 400 euros par mois. On choisit un client au hasard parmi ces derniers et on note  $X$  la variable aléatoire égale à la mensualité de son crédit à la consommation.

On a effectué une enquête auprès des clients de la banque dont les mensualités de remboursement de crédit à la consommation sont comprises entre 100 et 400 euros par mois. On a représenté les résultats obtenus en annexe 1.

- 1) Comment s'appelle cette représentation ? Comment construit-on les rectangles ? A quoi est égale l'aire totale des rectangles ?
- 2) On interroge au hasard un client de la banque parmi ceux possédant un crédit à la consommation et on note  $X$  la variable aléatoire égale à la mensualité de son crédit à la consommation. On admet que  $X$  prend toutes les valeurs de l'intervalle  $[100; 400]$ . On dit que  $X$  est une variable aléatoire continue.
  - a) Comment évaluer la probabilité de l'événement « la mensualité est inférieure à 150 € » noté  $(X \leq 150)$  ?
  - b) Déterminer, si possible, la probabilité des événements suivants :
    - $(X \leq 180)$
    - $(200 \leq X < 350)$
    - $(X = 168)$
    - $(210 \leq X \leq 290)$
    - $(183,50 \leq X \leq 261,85)$

- 3) Pour gagner en précision, on a regroupé les résultats dans des classes d'amplitude 10 et on a tracé (annexe 2) l'histogramme de cette distribution de fréquence. Reprendre la question 2-b.

En utilisant des intervalles d'amplitude de plus en plus petite, on construit des histogrammes d'aire 1 et on peut déterminer une fonction continue  $f$  telle que les histogrammes seront de plus en plus proches du domaine sous la courbe de la fonction  $f$ .

- 4) Dans notre exemple, on peut prendre la fonction définie sur  $[100; 400]$  par  $f(x) = \frac{400}{3x^2}$ . On a tracé la courbe représentative de cette fonction sur l'histogramme de l'annexe 2.
  - a) Vérifier que  $\int_{100}^{400} f(x) dx = 1$
  - b) Calculer alors en utilisant la fonction  $f$ ,  $P(120 \leq X \leq 150)$ ,  $P(183,50 \leq X \leq 261,85)$  et  $P(X = 168)$ .

## Après Charlotte :

Karine et Olivier décident de se retrouver au café de l'Hôtel de Ville entre 7h et 8h.

Ils peuvent arriver à tout moment entre 7h et 8h. Que peut-on dire du temps d'attente du premier arrivé ?

# Quels apports pour la chercheure ?

## Pour Charlotte...

- Une rencontre humaine avant tout !

## Pour la recherche :

- Des compromis constructifs
- Une séquence « viable » dans une classe « ordinaire »
- Gagner en « crédibilité » auprès des enseignants
- Inconcevable de faire autrement...

## Des apports mutuels

# La suite à l'IREM de Strasbourg...

Projet GIS « Education et formation » de l'ESPE de Strasbourg :  
Co@Diff

Après la conception, je m'intéresse à la diffusion de la séquence avec la création d'une ressource en ligne

Travail collaboratif avec des enseignants du groupe « Enseigner à travers des problèmes » de l'IREM de Strasbourg :

- Mise en place de la séquence dans leur classe
- Réflexion sur ce qui doit/ne doit pas être dans la ressource, comment...
- Un questionnaire sur les usages, les attentes et les besoins des enseignants en ce qui concerne les ressources

# La recherche dans les IREM...

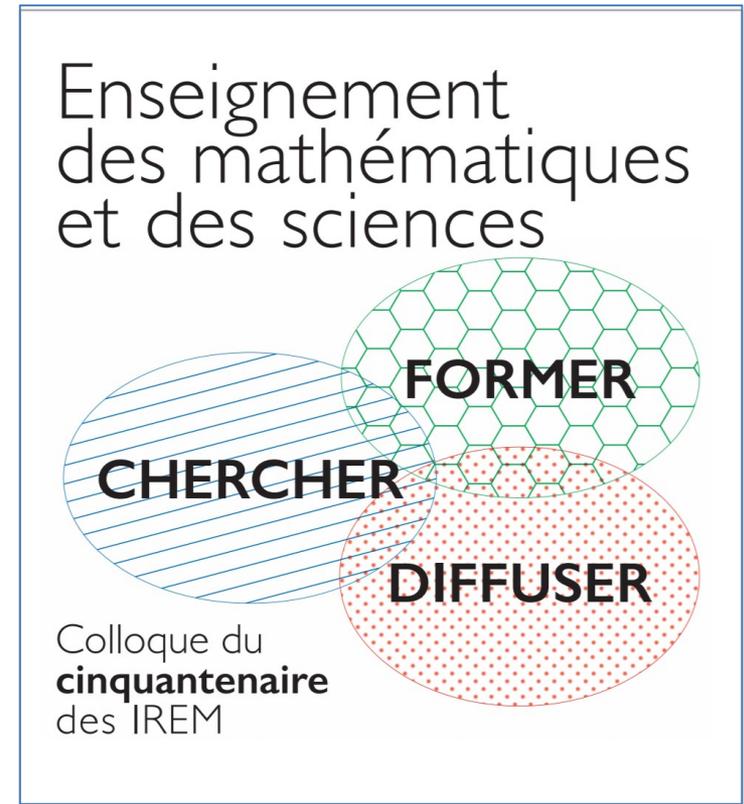


De la recherche pour la recherche, mais aussi (et surtout ?) pour les enseignants

Un lieu de rencontre avec des enseignants du terrain, prêts à travailler de façon collaborative enseignants/chercheurs pour :

- échanger
- co-construire
- mettre en place des séances d'enseignement
- ouvrir leur classe
- ...

Chercher et apprendre  
dans (d') un groupe IREM  
Trajectoires d'acteurs et  
d'actrices...



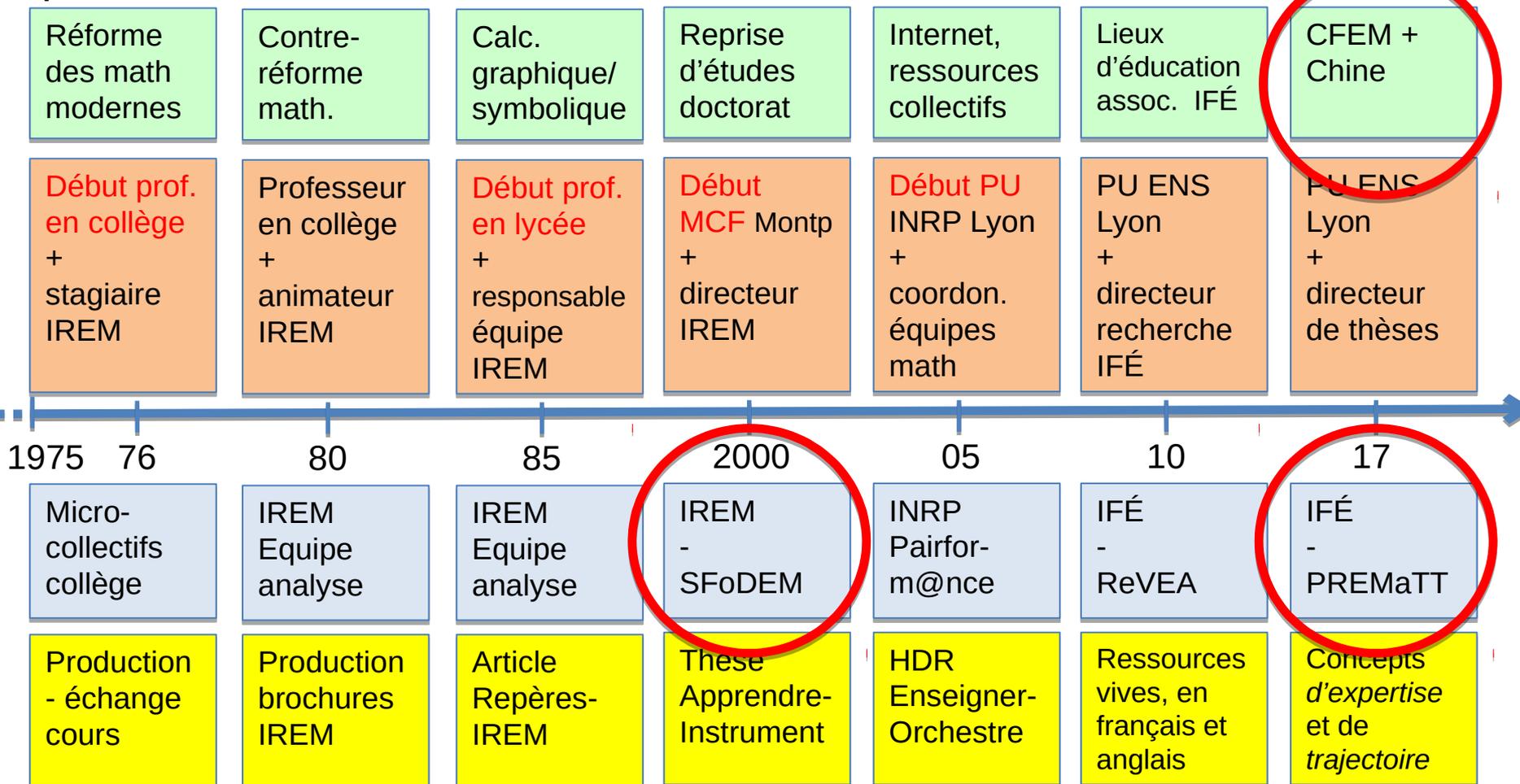
Sylvie Alory, Charlotte Derouet et **Luc Trouche**



# Collectifs producteurs et constructeurs



Le concept de *trajectoire documentaire* (Rocha 2019, Trouche 2018) pour relier événements, rôles, collectifs et production de ressources



# Collectifs producteurs et constructeurs

Des événements et des ressources critiques, *des collectifs hub, des ressources frontières*, le concept *d'expérience documentaire* (Rocha 2019)



Reprise d'études doctorat

Début MCF Montpellier + directeur IREM

G. Gueudet, G. Aldon, C. Mercat S. Roubin P. Drijvers B. Pepin, B. Xu...

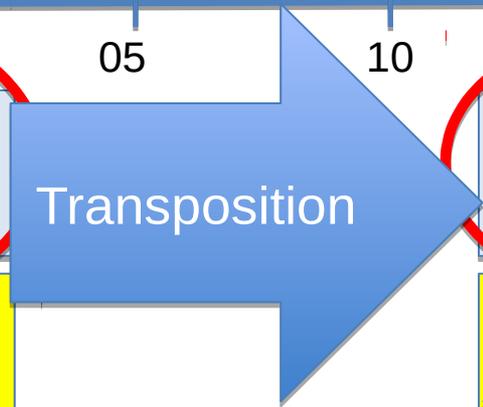
CFEM + Chine

PU IFÉ ENS Lyon + directeur de thèses

D. Guin, M. Artigue, C. Faure, M. Noguès, M. Sokhna...

IREM Dispositif SFoDEM

These Apprendre-Instrument



IFÉ Dispositif PREMaTT

Concepts d'expertise et de trajectoire

# Le SFoDEM, une expérience IREM

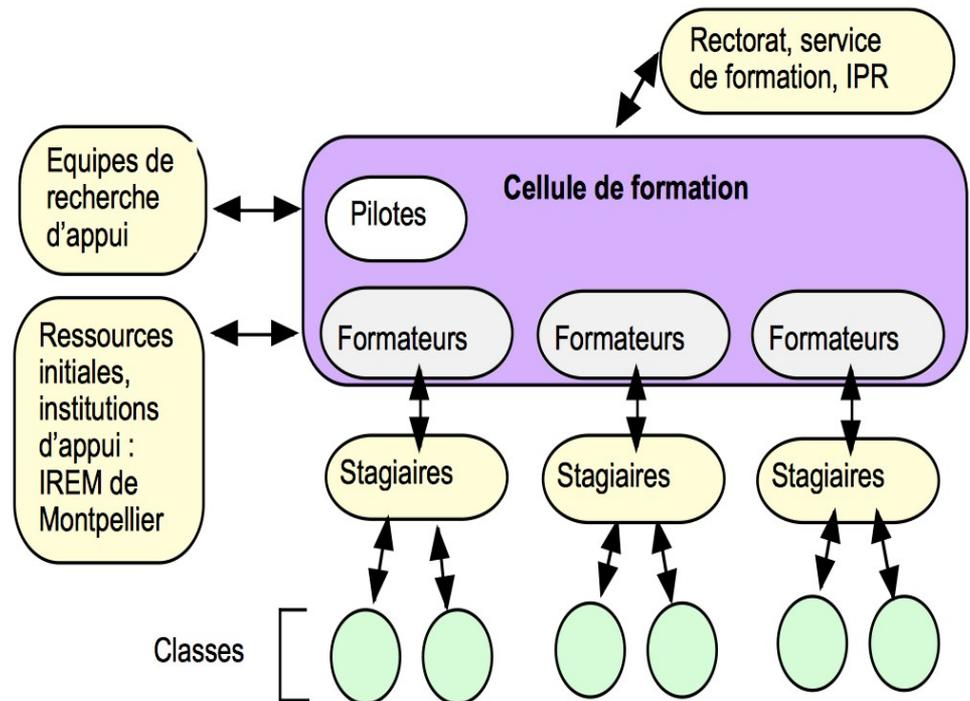
SFoDEM : Suivi de Formation à Distance des Enseignants de Mathématiques, à Montpellier (IREM, rectorat, CRDP), de 2000 à 2006 (Guin, Joab & Trouche 2008)

Une cellule composée d'animateurs de quatre équipes de l'IREM (enseignants et chercheurs)

Quatre thèmes de formation contrastés (20 stagiaires chacun) + TICE

Des moyens horaires et le temps

Une formation basée sur la conception collaborative, l'expérimentation et la révision de ressources



# Le SFoDEM, une expérience IREM

Émergence d'un modèle de ressources, comme facilitateur pour les concepteurs et les utilisateurs

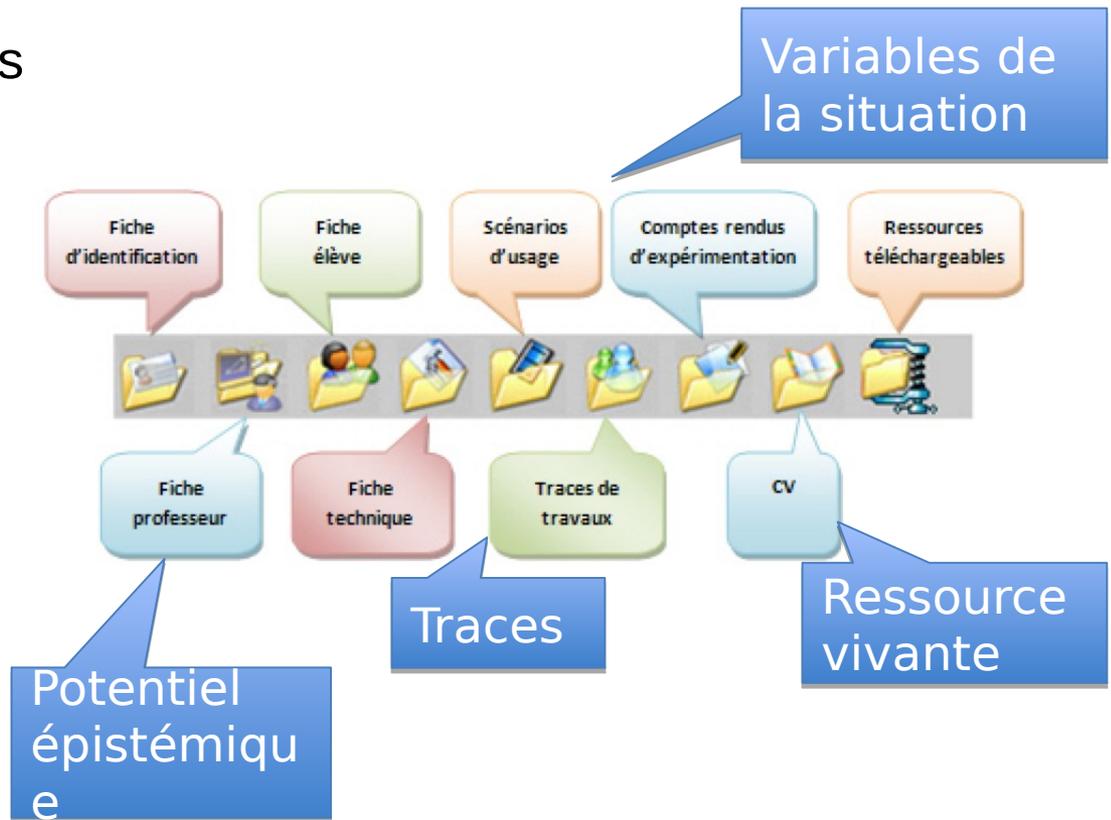
Les différences entre équipes comme source de richesse

*Adopter* une ressource = *adapter* à ses usages

Chaque nouvel utilisateur apporte sa pierre au patrimoine commun

Caractère productif de la collaboration de proximité...

Noyaux de collaboration, germes de ressources...



# PREMaTT, une expérience IFÉ

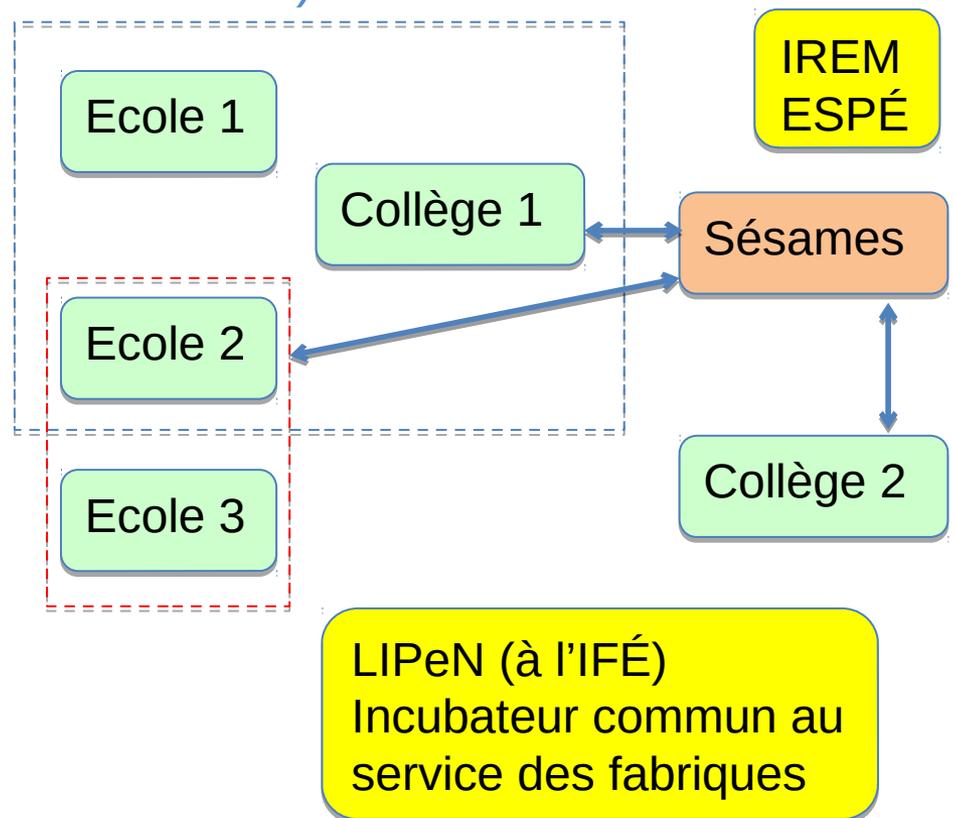


PREMaTT : Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions à Lyon (ICE, IFÉ, LéA IREM), de 2017 à 2019 (Alturkmani *et al.* 2019)

Penser des ressources pour l'enseignement de l'algèbre facilitant la transition entre cycles, et prenant en compte la transition digitale

Un réseau de « petites fabriques », se développant au sein de collèges et des écoles environnantes + un incubateur

Enseignants, formateurs, chercheurs + ingénieur pédagogique



# PREMaTT, une expérience IFÉ

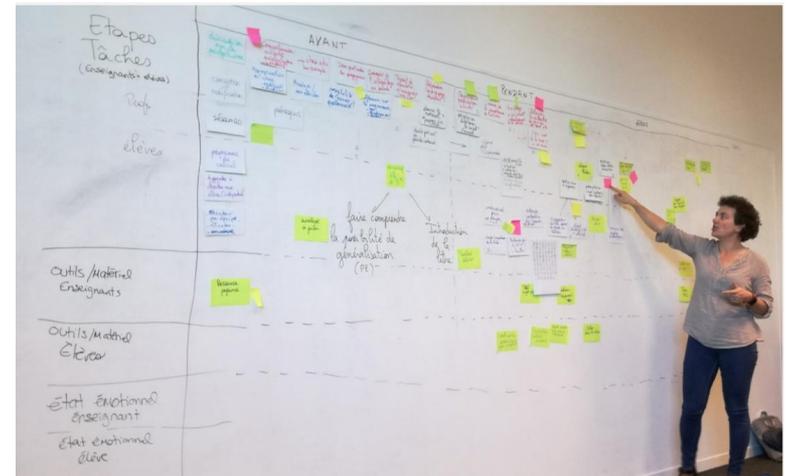


Deux pôles qui se nourrissent mutuellement : les établissements et l'incubateur

Deux outils qui se nourrissent mutuellement : les outils didactiques (autour de la pensée algébrique) et des outils ergonomiques (autour de la conception agile)

Des modèles émergents de ressource et de laboratoire de conception

L'idée critique de *variation* (des énoncés, des outils mis en œuvre, des stratégies...)



# La collaboration avec Shanghai

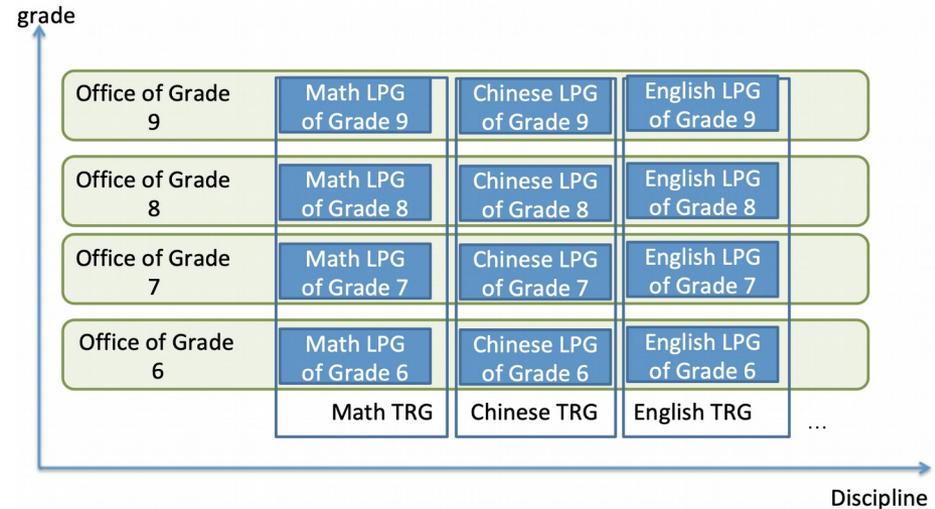
MaTRiTT, un projet « jumeau » de PREMaTT dans le cadre d'une coopération entre l'ENS de Lyon et l'ECNU (2016-2018)

Des conditions en France et en Chine très différentes

Un temps et des espaces dédiés dans les établissements scolaires

Les groupes de recherche sur l'enseignement au centre du dispositif

La préparation des leçons et le collectif au centre du travail des enseignants



# La collaboration avec Shanghai

MoKE, un dispositif emblématique du travail collectif des enseignants

La notion de *variation* au cœur de la réflexion (thèse de Zhang, en cours)

Un quadruplet :

- développement professionnel,
- développement des ressources,
- développement des collectifs,
- développement des mathématiques vivantes à apprendre et à faire apprendre...

La notion d'*expertise documentaire* (Wang 2019)

**“MoKe”**



Collective  
Observation

Collective  
discussion



A teacher

A topic

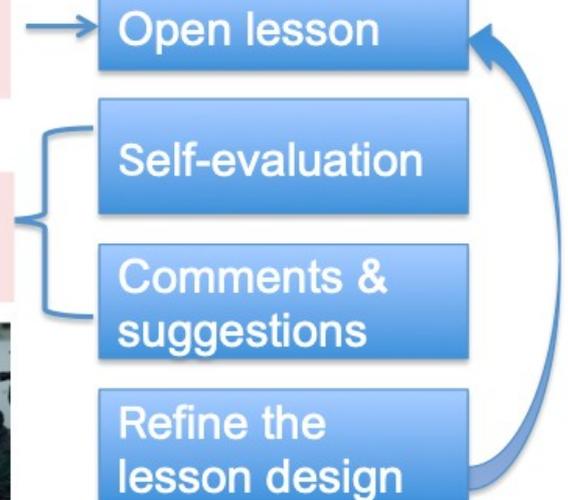
Lesson  
Preparation

Open lesson

Self-evaluation

Comments &  
suggestions

Refine the  
lesson design



# Les IREM, un passé qui a de l'avenir



Les IREM, un creuset d'expérience(s) et de transmission d'expérience(s) (Trouche 2005 : Les raisons des réseaux)

- Un lieu privilégié d'échanges entre enseignants et chercheurs
- Un développement du réseau qui va de pair avec le développement de ressources vivantes (ressources frontières?)
- Les équipes IREM comme des « collectifs hub », où se branchent un ensemble de collectifs (laboratoires de recherche math/didactique/éducation, LÉA, ESPÉ, dispositifs de formation, APMEP, Sésamath...)
- Et aussi des « collectifs hub » avec des établissements scolaires – porteurs de laboratoires de mathématiques ?

50 ans après, comment penser l'évolution des rôles, des formes d'organisation et des formes des ressources ?

# La 25<sup>ème</sup> étude ICMI sur la collaboration des enseignants



“Mathematics teachers working and learning in collaborative groups”

- Une opportunité pour les IREM
- Déjà une participation des IREM (Christelle Fitamant) au panel rassemblant des expériences avancées de collaboration
- Possibilité de proposer des contributions (date limite 30 juin 2019)

4 thèmes : perspectives théoriques, contextes, rôles, ressources

Conférence : 3-7 février 2020, Lisbonne

<http://icmistudy25.ie.ulisboa.pt>

- Alory, S., Chorlay, R., Derouet, C., Josse, V., Legris, C., Leong, R., Panero, M., Rogalski, M., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2015). Autour de la notion de dérivée en classe de première scientifique. *Brochure de l'IREM 97*. Université Paris-Diderot ([en ligne](#))
- Alory, S., Chorlay, R., Derouet, C., Pasquerault, D., Rogalski, M., Rousse, S., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2017). Introduction de la fonction exponentielle. *Brochure de l'IREM 99*. Université Paris-Diderot 7 ([en ligne](#))
- Alturkmani, M.-D., Roubin, S., Piolti-Lamorthe, C., Trouche, L., *et al.* (2019). Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2017-2019, programme de l'institut Carnot de l'éducation : rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. IFÉ-ENS Lyon ([en ligne](#))
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281–308.
- Bednarz N., Poirier, L., & Desgagné, S. (2001). Conception de séquences d'enseignement en mathématiques : une nécessaire prise en compte des praticiens. In A. Mercier, G. Lemoyne, & A. Rouchier, *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement* (pp. 43–69). Bruxelles : De Boeck Université.
- Derouet, C. (à paraître). Co-construction d'une séquence d'enseignement articulant lois à densité et calcul intégral en terminale S : présentation d'une méthodologie de type ingénierie didactique collaborative. In *XIXème école d'été de didactique des mathématiques*. Paris.
- Derouet, C., & Alory, S. (2018). Une séquence d'enseignement articulant les lois de probabilité à densité et le calcul intégral en terminale S. *Repères IREM*, 113, 45–80.
- Desgagné, S., Bednarz, N., Lebus, P., Poirier, L., & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27(1), 33–64 ([en ligne](#))
- Guin, D., Joab, M., & Trouche, L. (dir.) (2008). *Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques, l'expérience du SFoDEM (2000-2006)*, cédérom, INRP et IREM, Université Montpellier 2 ([en ligne](#))
- Rocha, K. (2019). *Une étude des effets du travail documentaire et collectif sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques : apport des concepts d'expérience et de trajectoire documentaires*. Thèse de l'ENS de Lyon
- Trouche, L. (2005). Les IREM : des raisons des réseaux. *Plot 11*, 2-7 ([en ligne](#))
- Trouche, L. (2018). Comprendre le travail des professeurs à travers leurs interactions avec les ressources de leur enseignement, une histoire de trajectoires. *Educación Matemática*, 30(3), 9-4 ([en ligne](#))
- Wang, C. (2019). *An investigation of mathematics teachers' documentation expertise and its development in collectives: two contrasting cases in China and France*. Thèse de l'ENS de Lyon et de l'ECNU de Shanghai.