Colloque *algébrisations, géométrisations*.

TEXTE d'ORIENTATION.

Depuis le milieu des années 1980, c'est-à-dire après l'abandon de la réforme dite des mathématiques modernes, beaucoup de voix se sont fait entendre pour redonner à la Géométrie une place dans l'enseignement secondaire. Au lycée, la situation n'a pourtant jamais été bien stable, comme en témoignent les multiples changements de programmes qui se sont succédé depuis ; quant au collège, l'enseignement de la géométrie s'est souvent réduit à des activités disparates et peu structurées, sans oublier que la disparition de l'énoncé du postulat des parallèles rend cet enseignement quelque peu inconsistant, en particulier dans l'étude du parallélogramme et dans l'introduction du calcul vectoriel.

Comment expliquer ces multiples va et vient ?
Pour résoudre avec élégance et profit des problèmes qui dépassent Pythagore-Thalès deux voies sont possibles :

- Une résolution entièrement géométrique utilise des outils qui étaient enseignés avant la réforme de 1970 (puissance, pôles et polaires, inversion) et qui ont disparu des programmes[1].

[1] Ces disparitions faites au nom d'un allégement de programmes considérés comme trop lourds n'a pas toujours facilité la tâche des élèves comme le montre la disparition de la puissance d'un point à un cercle qui a ainsi privé les élèves de critères simples de cocyclicité.

- Une résolution mélangée impose quant à elle la connaissance de nouveaux objets (calcul vectoriel, calcul barycentrique, produit scalaire, transformations), qui eux figurent souvent de manière éphémère au fil des réformes, sans que l'on se soit posé la question de la pertinence et du moment d'introduction de ces outils dans une progression cohérente[2].

La place de l'Algèbre et ses relations avec la Géométrie ne semble plus participer des problèmes importants depuis les réflexions qui avaient préparé la réforme de 1970. Parallèlement les concepts *purement* algébriques (polynômes, fractions rationnelles, complexes en tant que complexes et non comme couples de réels) tendent à disparaître de l'enseignement secondaire.

Le mot *algèbre* a différents sens, liés d'ailleurs aux étapes historiques de son développement. On ne peut oublier que l'algèbre est née et s'est nourrie de la résolution des équations[3] au point qu'elle s'est identifiée pour certains à *la théorie des équations*. Mais l'algèbre peut aussi être présentée comme la science du *calcul littéral* ce qu'elle est en partie depuis l'introduction de ce calcul par Viète, ou encore comme l'étude des structures définies par des lois de composition, les *structures algébriques* de Bourbaki. Mais on peut concevoir un sens encore plus général. Est algébrique un raisonnement dans lequel on n'accède aux objets que par le détour des relations qu'ils entretiennent ce qui conduit à situer l'algèbre au centre de toute activité mathématique.

La question se pose de la place de ces diverses définitions de l'algèbre dans l'enseignement secondaire et de sa place par rapport aux autres chapitres des mathématiques, en particulier de sa place dans la géométrie. Mais cette dernière question présente un double aspect, d'une part celui de l'algébrisation de la géométrie, renvoyant à la géométrie analytique mais aussi aux calculs vectoriels et barycentriques, d'autre part à une géométrisation de l'algèbre, lorsque pour étudier cer-

[2]On pourrait citer la notion de transformation dont on a peu considéré la difficulté conceptuelle, et la réintroduction tardive, en classe de seconde, des cas d'égalité des triangles qui relèvent du premier enseignement de la géométrie, c'est-à-dire du collège. Quant à l'introduction du calcul barycentrique elle a été trop souvent formelle et peu signifiante.

[3]Est-il besoin de rappeler que le mot algèbre désigne une opération liée à la résolution effective des équations ?

tains problèmes on utilise le langage et les images de la géométrie ce qui conduit à de nouvelles approches intuitives de ces problèmes.

Nous terminerons cette courte présentation par une remarque sur l'intervention des calculatrices et des logiciels de calcul formel dans l'enseignement. Cette intervention a, pour certains, sonné la fin de l'apprentissage du calcul. Pourtant sans calcul, il n'y a plus d'*algèbre*, puisque l'*algèbre* est l'art d'esquiver le calcul. Sans calcul pensé, il n'y a donc pas d'emploi intelligent des dits logiciels ! La situation est la même pour les logiciels de *géométrie dynamique* qui permettent de se passer des constructions à la main, lesquelles demandent à la fois une habileté manuelle et une agilité intellectuelle. C'est ce travail à la fois manuel et intellectuel qui permet la compréhension des mathématiques par celui qui les apprend et qui permet à celui qui a déjà une pratique mathématique d'utiliser de façon intelligente les machines à calculer ou à dessiner.