

VIDEO ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT :
LA RECHERCHE AU CŒUR DE LA FORMATION

Thomas DE VITTORI
Université d'Artois, Laboratoire de Mathématiques de Lens

Résumé – À la lumière de récents travaux sur l'usage de l'histoire des mathématiques en classe, cet article propose, dans une première partie, une critique des enjeux théoriques de telles études. Après la mise en évidence de plusieurs difficultés intrinsèques à une bonne définition des différents domaines en jeu (une discipline, sa didactique et son histoire), de nouveaux éléments sont proposés à la réflexion. Ils visent à fournir les premiers éléments d'un cadre de recherche possible pour les études empiriques sur l'histoire des sciences dans les apprentissages.

La deuxième partie du texte est consacrée à la présentation du rôle de la vidéo pour la formation et dans le cadre d'un recueil de données pour l'analyse didactique. Au cours d'expérimentations menées depuis plusieurs années, l'usage de l'enregistrement audio/vidéo a été testé dans de multiples contextes : visionnage de séances « modèles », enregistrement de prestation d'étudiants, enregistrement de formations universitaires, etc. Ces exemples fournissent de nombreuses pistes de réflexion quant à la pertinence de ce type d'outil pour la formation des enseignants.

1. Introduction - Repenser les liens entre didactique et histoire des mathématiques

De nos jours, l'intérêt a priori de l'histoire dans l'enseignement des sciences n'est plus un sujet de débat et on ne compte plus les articles et les auteurs qui ont fait la juste promotion de l'approche historique (Barbin 1991, 1997a, Dorier 2000, Guedj 2005, Martinand 1993, Rosmorduc 1995). Tous ont mis en évidence la richesse des bonnes raisons qui s'étendent de la simple culture humaniste à la compréhension fine de certains résultats scientifiques. Dans un grand nombre de pays, ces réflexions ont finalement débouché sur une reconnaissance institutionnelle qui a permis l'intégration de l'histoire des sciences dans les programmes scolaires ainsi que dans les contenus de la formation des enseignants. Même si certains changements institutionnels ont pris du temps ou sont encore en cours, tout ceci est bien connu et remonte maintenant à plusieurs décennies. Ce qui est beaucoup plus récent par contre, c'est la demande croissante d'études empiriques sur ce qui se fait en classe ou en formation. Dans un article récent (U.T. Jankvist, 2009), l'auteur rend compte des dernières conclusions de spécialistes de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement (Arcavi – Tzanakis 2000, Siu – Tzanakis 2004). Celles-ci peuvent être résumées par l'idée que la littérature fourmille d'exemples pertinents d'approches historiques, mais que ce qui les rend pertinents dépasse rarement les considérations subjectives de l'auteur lui-même. Ainsi, c'est une partie de la communauté qui appelle de ses vœux des travaux plus poussés dans ce domaine.

Un cadre proposé (U.T. Jankvist, 2009) pour une étude sur le terrain consiste à partir d'une distinction assez communément admise entre le pourquoi de l'utilisation de l'histoire des mathématiques et le comment. Le pourquoi peut être vu comme une déclinaison opérationnelle des bonnes raisons généralement admises évoquées précédemment. Par exemple, l'histoire des sciences permet de mieux comprendre la

science et ses méthodes, donc l'utilisation de l'histoire en classe permet aux élèves de développer ce même regard. La question du comment quant à elle renvoie le plus souvent aux liens entre l'enseignement d'une discipline et son histoire. L'exemple type est celui de la construction de séances inspirées par l'histoire de l'évolution des concepts. Tant pour le pourquoi que pour le comment, il est important de noter que ces questionnements n'interviennent que lors de la détermination des objectifs et des supports, c'est-à-dire qu'ils renvoient toujours à la phase d'élaboration des contenus par le professeur. Ainsi, ce découpage en pourquoi et comment ne fournit que peu d'outils pour une analyse des apprentissages des élèves, néanmoins, cette distinction rend explicite la coexistence au sein d'une même activité de deux champs de connaissances distincts : la discipline et son histoire.

Objectivement, on ne peut qu'abonder dans le sens d'une augmentation quantitative des approches empiriques, mais la question qui devient alors cruciale est celle des objectifs de telles études. Analyser des séances en classe, certes, mais pour montrer quoi ? Pour l'étude didactique de séances de mathématiques à contenu historique, une première idée est de se référer aux cadres théoriques déjà développés dans la didactique de la discipline elle-même. Ainsi, des séances en classe peuvent faire l'objet d'une étude didactique afin, par exemple, d'identifier les différents moments clés de l'activité des élèves ou encore d'évaluer les résultats en terme d'apprentissage. Une telle approche est évidemment parfaitement cohérente car elle se donne des objets de recherche conformes aux outils utilisés. Il ne fait aucun doute que ceci peut produire des résultats qui viendront grossir les preuves de la pertinence d'une didactique des mathématiques. Par contre, l'extrapolation des résultats à une connaissance sur la place de l'histoire dans la séance est plus problématique. Traditionnellement, la didactique des mathématiques cherche à rendre compte des apprentissages en mathématiques. Montrer, par exemple, avec ses outils qu'une séance a bien permis aux élèves d'acquérir une notion n'informe pas, ou très indirectement, sur le pourquoi et/ou comment de l'histoire dans une séance. S'il ne s'agit pas ici d'exclure a priori l'intérêt d'une application des concepts issus d'une didactique des mathématiques au cas particulier des séances comprenant une dimension historico-culturelle, des aménagements des cadres théoriques me semblent toutefois nécessaires.

Hypothèse du double champ

En classe, l'histoire des mathématiques ne fait pas l'objet d'un enseignement autonome, pourtant, les élèves doivent être sensibilisés aux questions épistémologiques et historiques qui constituent dès lors de véritables objectifs d'apprentissage. Dans leur pratique, les enseignants doivent donc transmettre des connaissances sans se trouver dans la situation habituelle pour le faire ce qui constitue une difficulté indéniablement spécifique. Cette présence conjointe de deux domaines de connaissances met en défaut une analyse didactique trop disciplinaire. Élaborés pour d'autres visées, les concepts proposés par les didacticiens ne sont, par essence, pas à même d'interroger les liens entre science et histoire dans la classe car les études didactiques permettent avant tout de mettre au jour des éléments clés dans les situations d'apprentissage relativement à la discipline seulement. Une analyse didactique qui se voudrait pertinente ne peut rejeter la complexité liée à la présence conjointe de ces deux domaines. Cet élément théorique est important et je l'appellerai par la suite hypothèse du double champ ; le mot hypothèse étant à prendre ici dans son sens mathématique, à savoir, une donnée initiale du problème.

Dépasser les définitions traditionnelles

Comme le rappelle les didacticiens, les didactiques « s'intéressent principalement aux apprentissages de contenus spécifiés disciplinairement » (Reuter 2007, p.17). Prise dans son sens stricte, cette définition a au moins deux conséquences. Une première est qu'il n'est a priori pas pertinent d'essayer de parler d'une didactique de l'histoire des mathématiques à l'école (par exemple). En effet, l'histoire des mathématiques n'étant pas une discipline scolaire, elle ne saurait avoir une didactique dédiée à ce niveau. Une deuxième conséquence de la définition traditionnelle des didactiques concerne l'idée d'une approche pluridisciplinaire de l'hypothèse du double champ. Dans les séances à supports historiques, l'utilisation de deux domaines de connaissances pourrait inciter à l'utilisation de travaux des didactiques de l'interdisciplinarité scolaire. Cette dernière est définie (Lenoir & Sauvé, 1998) comme « la mise en relation de deux ou plusieurs disciplines scolaires qui s'exerce à la fois aux niveaux curriculaire, didactique et pédagogique et qui conduit à l'établissement de liens de complémentarité ou de coopération, d'interpénétrations ou d'actions réciproques entre elles sous divers aspects (finalités, objets d'étude, concepts et notions, démarches d'apprentissages, habiletés techniques, etc...), en vue de favoriser l'intégration des processus d'apprentissage et des savoirs chez les élèves. » Cette définition rend indéniablement compte de la richesse des relations qui peuvent exister entre deux disciplines. Nombreux sont ceux parmi les utilisateurs de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement qui se retrouveraient dans les idées d'inter-fécondité proposées ci-dessus. Toutefois, dans sa définition traditionnelle, une didactique de l'interdisciplinarité est avant tout une didactique au sens général et elle s'intéresse donc exclusivement à des disciplines scolaires. L'histoire des mathématiques n'est pas une discipline scolaire, donc une fois encore, l'utilisation d'un tel cadre théorique ne semble, à première vue, pas pertinent. On notera qu'au niveau universitaire, l'histoire des sciences est une discipline à part entière. À ce titre, et comme l'ont déjà souligné certains auteurs (Guedj & al. 2007, Referred 2006), il est possible de parler d'une didactique de l'histoire de sciences. Les récents changements institutionnels ont contribué au développement de cours d'épistémologie et d'histoire des disciplines scientifiques, en particulier dans les parcours universitaires des futurs professeurs. Cette discipline existait déjà dans les cursus visant à former des chercheurs, mais sa présence massive dans des parcours de pré-professionnalisation est assez nouvelle, ce qui pose d'autres questions que je laisse en attente pour revenir à des situations de classes plus habituelles.

Les mathématiques, en plus d'être un champ de recherche très actif, ont la particularité de faire l'objet d'un enseignement à tous les niveaux de la scolarité. S'il ne s'agit pas, comme l'a souligné Y. Chevallard, de proposer directement les résultats des recherches à des élèves, il n'en demeure pas moins que des contenus mathématiques sont transmis. La question du choix et de la forme de ces connaissances m'importe peu ici, par contre je noterai qu'elles sont variées, plus ou moins complexes, et cette multiplicité engendre des situations d'enseignement tout aussi différentes les unes des autres. L'analyse des éléments clés de ces apprentissages relève d'une didactique qui proposera alors des concepts ou des modèles permettant d'en rendre compte. L'histoire des mathématiques, en tant que discipline universitaire, est dans une situation assez semblable. Comme champ de recherches, elle produit des résultats qui font l'objet d'un enseignement. Généralement fruit d'une adaptation au public visé, les contenus de cet enseignement sont très divers tant par les périodes que par les notions abordées. De même, les objectifs du cours sont souvent multiples, ils vont de l'acquisition de connaissances à la réflexion épistémologique personnelle. Comme pour les

mathématiques, la didactique de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement doit avoir pour objectif l'analyse des éléments pertinents de cet apprentissage. Au niveau des collèges et des lycées, sous son seul aspect savant, l'histoire des mathématiques n'est pas adaptée aux contenus transmis aux élèves. Les notions, les sources, ... subissent des adaptations qui ouvrent la possibilité aux enseignants de se les approprier en tant qu'outils pour l'élaboration des séances. La situation de classe se trouve ainsi à l'interface d'applications de la discipline, d'applications de l'histoire de la discipline, et nombreux autres éléments que l'enseignant jugera bon d'intégrer à sa séance. Une recherche didactique spécifique à ce type de situations doit fournir des outils permettant au professeur, acteur du secteur professionnel, de mêler les mathématiques et leur histoire sans perdre de vue ses objectifs (ceux des programmes officiels par exemple).

La réflexion proposée jusqu'ici ne remet pas en cause l'existence des disciplines universitaires, ni leur pertinence dans la formation des enseignants, pas plus qu'elle ne bride la créativité des professeurs. L'hypothèse du double champ fait simplement apparaître l'intérêt d'une étude conjointe de l'enseignement de l'histoire des mathématiques (à l'université, en formation) et de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement (en classe).

La dualité outil / objectif d'apprentissage : pour une didactique de l'histoire des mathématiques en classe

Afin de montrer comment les éléments de réflexion présentés précédemment permettent de proposer des éléments d'un cadre pour une recherche empirique, je me propose de revenir sur une deuxième distinction assez répandue à propos de l'usage de l'histoire des sciences en classe. Dans les premiers paragraphes, j'ai évoqué la séparation classique entre le pourquoi et le comment de l'histoire des sciences. Cette distinction est généralement complétée par la dichotomie entre une utilisation de l'histoire des sciences en tant qu'outil d'un usage comme objectif d'apprentissage (voir par exemple Barbin & al. (ed) 2008). La communauté internationale des historiens des mathématiques impliqués dans les formations s'est récemment ré-emparé de ce couple *history of science as a tool / history of science as a goal* comme entrée pour des études empiriques (Jankvist, 2010). La considération de deux utilisations différentes de l'histoire des sciences est certes judicieuse mais elle doit être maniée avec précaution sous peine de tomber dans des études mono-disciplinaires qui, on l'a vu, ne sont pas les plus pertinentes pour les séances mêlant mathématiques et histoire. Comme cela a été rappelé précédemment, la difficulté de l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe réside pour partie dans la présence conjointe de deux champs de connaissances, l'un étant scolairement spécifié, l'autre pas. L'enseignant qui propose un séance se trouve donc dans une situation dans laquelle il a à poursuivre simultanément plusieurs objectifs d'apprentissage, certains disciplinaires, d'autres épistémologiques (éventuellement historiques). Si on veut analyser d'une manière didactique riche, c'est-à-dire qui ne soit pas restreinte à la discipline scientifique enseignée, l'articulation qui se joue dans de telles séances de classe, un nouveau cadre doit être proposé. Lors d'une précédente étude exploratoire (de Vittori & Loeuille, 2009), l'analyse comparée de séances de formation d'enseignants stagiaires du second degré a permis de mettre en évidence le moment où ces derniers sont entrés dans l'apprentissage prévu. Ensuite, la recension des différents moyens permettant d'obtenir ce résultat a conduit à distinguer cinq modalités d'entrée dans la tâche : (1) technique, (2) philosophique, (3) linguistique, (4) pratique, et (5) ludique. Je vais m'intéresser tout d'abord à la modalité technique. Cette dernière apparaît lors de la réalisation d'un travail purement technique d'après un

document historique. Par exemple, les professeurs stagiaires de la précédente étude ont été confrontés à une démonstration géométrique qui leur a permis d'entrer dans l'argumentation de Galilée (L'essayeur, passage sur la distance des comètes à Terre, objets sub ou supra-lunaires et discussion sur leur nature). En refaisant la démonstration géométrique, les stagiaires ont été naturellement amenés à se poser la question de la nécessité d'une telle preuve. Dès lors, ils se sont interrogés sur le contexte scientifique de l'époque et sont entrés dans l'apprentissage de la contextualisation (ici la prise en compte du contexte scientifique de l'époque) qui était l'objectif historique de la séance. Dans cet exemple, la réflexion était fondée exclusivement sur du contenu mathématique. Dans une séance de formation à l'épistémologie et à l'histoire, la discipline peut ainsi devenir un outil et donc un moyen pour atteindre un objectif d'apprentissage. Cette situation se retrouve également dans un contexte scolaire. Par exemple (de Vittori & Loeuille, 2009), un professeur de mathématiques de collège peut proposer à ses élèves de réaliser une construction géométrique inspirée par les *Éléments* d'Euclide. Ce faisant, et sans heurt, les élèves peuvent entrer dans une réflexion historico-épistémologique sur la définition des mathématiques à travers un questionnement sur la raison d'être d'une construction ou d'une preuve. Ainsi, dans une situation de classe, les mathématiques peuvent être utilisées comme un outil pour un enseignement d'éléments d'histoire ce qui constitue un premier aspect des liens entre ces deux disciplines. Voyons un deuxième type de relations. Lors d'une séance contenant de l'histoire des mathématiques, en classe comme en formation universitaire, l'un des supports privilégié est le texte. Intrinsèquement, ce type de source historique s'accompagne d'un travail sur la langue. Même s'il est choisi pour sa simplicité (pour des collégiens par exemple), un texte nécessite toujours des explications sur le sens des mots ou sur le style. La recherche d'éléments de réponse à ces difficultés grammaticales ou sémantiques constitue une autre forme d'entrée possible pour un enseignement. Par exemple, toujours dans la séance évoquée précédemment, le professeur a utilisé dans sa classe de sixième un texte géométrique du 17^e siècle qui comportait le mot *quarré*. Le questionnement des élèves sur l'orthographe de ce mot a permis de rappeler la définition de cette figure et donc d'entrer dans l'apprentissage mathématique prévu, à savoir une leçon sur les polygones. Dans cette situation, l'histoire est un outil qui permet d'atteindre un objectif d'apprentissage disciplinaire.

À la lumière des deux exemples ci-dessus, il est possible d'approfondir l'analyse du lien entre une science et son histoire lors d'une application en classe. Dans la situation décrite précédemment, l'histoire des sciences comme outil et l'histoire des sciences comme objectif apparaissent comme deux éléments d'une même séance (figure 1). Une approche strictement dichotomique qui ne porterait que l'un ou l'autre des aspects manquera l'articulation entre les domaines.

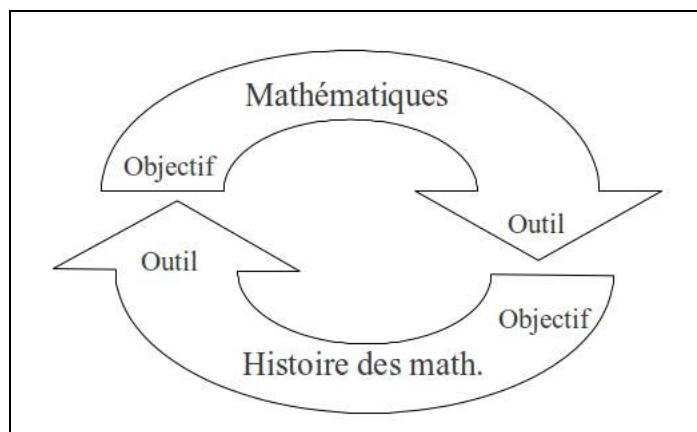


Figure 1 – L'histoire des sciences comme outils et comme objectif d'une même séance

Dans le premier exemple, les éléments de la discipline opèrent sur les objets de l'histoire ; dans le second, ce sont les notions de l'histoire qui opèrent sur les notions disciplinaires. L'enseignant qui veut combiner sa discipline et son histoire va jongler en permanence et passer du champ disciplinaire au domaine historique, pour ensuite aller de ce domaine historique au champ disciplinaire, et ainsi de suite. La manière dont le professeur gère ces passages et les artifices pédagogiques dont il use pour gérer l'hypothèse du double champ sont autant de pistes pour une recherche empirique qui ne risque pas de se perdre dans de faux objectifs.

La complexité des situations en classe montre qu'une étude fine des relations entre les mathématiques et leur histoire oblige à étendre le champ d'action des didactiques à un domaine non scolairement spécifié. L'histoire des mathématiques n'est pas une discipline scolaire, pourtant elle comporte à ce niveau des objectifs d'apprentissage et des difficultés d'enseignement propres qui peuvent faire l'objet d'une analyse didactique. Cette ouverture amène évidemment des difficultés plus grandes quant aux objets à étudier. Par exemple, l'absence d'exigences scolaires précises oblige à une étude particulière des objectifs d'apprentissage, ceux-ci étant souvent propres à chaque enseignant. Quoi qu'il en soit, une didactique de l'histoire des mathématiques en classe est possible et, bien qu'elle transcende les définitions traditionnelles, la recherche dans ce domaine peut s'inspirer des méthodes des didactiques classiques. L'enregistrement vidéo de séances est l'un des outils privilégiés pour ce type de travail ; ce que je vais présenter dans la suite de ce texte.

2. Sur l'usage de la vidéo : recueil de données, analyse et utilisation

Comme nous l'avons déjà remarqué précédemment, la maîtrise de la formation des enseignants a profondément modifié la manière dont intervient l'histoire des mathématiques. Dans le cadre de la formation initiale, plusieurs voies permettent de lier recherches et formation professionnelle. Modernisation oblige, la vidéo est devenue un outil important pour ce type de travail. Depuis quelques années, j'ai eu l'occasion d'intensifier cet usage et je propose ci-après un bilan, nécessairement temporaire et fortement subjectif. Dans la suite, je distinguerai trois types d'interventions de la vidéo : les séances modèles, se filmer soi, et la création de supports. Les exemples que j'évoquerai sont pris parmi des expérimentations qui ont eu lieu ces quatre dernières années.

Le premier usage de la vidéo, et le plus classique, consiste à montrer à des professeurs stagiaires ou des étudiants, des extraits de séances filmées en classe. Généralement, les films visent à proposer des exemples d'une bonne utilisation de l'histoire en classe, ce qui amène immédiatement une difficulté importante : où trouver de telles séances ? Ma question porte surtout sur l'aspect purement matériel de la constitution de ce type de ressources. Nul doute qu'en France, bon nombre d'enseignants intègrent avec succès des éléments historiques dans leurs cours, cependant, peu d'entre eux acceptent d'être filmés. Cette difficulté n'est pas seulement liée aux questions juridiques et à la nécessité de la mise en place de démarches relativement lourdes pour obtenir les accords des différents acteurs (l'établissement, les élèves et, bien entendu, le professeur lui-même). Dans leur grande majorité, les enseignants refuseront tout simplement parce qu'ils ne considèrent pas leur travail comme digne d'un intérêt particulier. Cette attitude est très fréquente et, me semble-t-il, a tendance à se durcir lorsqu'on monte en niveau. Les professeurs des écoles sont souvent plus prompts à se laisser filmer que ceux de collège, eux-mêmes plus enclin que ceux de lycée. Je n'ose évoquer le supérieur tant les enseignants à l'université refuseront presque systématiquement la présence d'une caméra dans leur cours (je ne parle pas ici de conférences ou de séminaires liés aux activités de recherche qui sont assez fréquemment enregistrées et pour lesquelles il n'y a généralement pas de réticences). Plus encore, qui parmi les formateurs acceptent une caméra dans leurs séances ? Ne possédant pas de données quantitatives précises, je laisse la question ouverte. Néanmoins, et subjectivement, il semble que, pour la plupart des acteurs, le travail au quotidien n'apparaisse pas comme un sujet intéressant pour une vidéo. La réduction du nombre d'interventions des futurs enseignants devant des élèves m'incite à penser qu'il serait bon que ces représentations changent afin de disposer de nouveaux outils de formation. Il n'en demeure pas moins que lorsque toutes ces difficultés ont été surmontées, le visionnage de séances modèles est un support efficace. La vidéo comporte de nombreux avantages dont le premier est de montrer les réactions d'élèves face à l'activité proposée. Ceci constitue un bon déclencheur pour la motivation à proposer soi-même de telles séances. Néanmoins, une séance trop parfaite peut produire l'effet inverse. À la suite du visionnage d'extraits d'une séance sur les polygones en classe de sixième, une étudiante de master 1 s'exclama « je n'arriverai jamais à faire ça ! ». Ceci m'amène à quelques autres limites rencontrées lors des expérimentations que j'ai pu mener. Dans la suite de l'effet modèle-effrayant, il faut toujours garder à l'esprit qu'un film est le fruit d'un montage. La sélection des passages, généralement les bons, biaise la réalité pour en donner une certaine lecture. Dans le cadre de mes travaux, celle-ci est pleinement assumée, les extraits que je montre visent à illustrer la pertinence de l'histoire des mathématiques en classe. Il est clair, dès lors, qu'un autre montage de la séance pourrait y faire voir autre chose. Ce dernier aspect permet d'entrevoir une autre limite à l'utilisation de séances modèles. Dans leur parcours de formation, peu sont les futurs professeurs de mathématiques qui ont eu l'occasion d'être initiés à la lecture de vidéos. Dans la grande majorité des cas, ce type d'analyse nécessite un travail en amont sous peine d'obtenir des étudiants qu'ils regardent une vidéo de classe comme un documentaire où l'analyse est pré-digérée, ou pire comme une série télévisée qui ne constitue qu'un simple récit.

Le deuxième mode d'utilisation de la vidéo consiste à se filmer soi-même lors de séances. Cette approche fut la mienne lors de mes premières analyses de séances de formation à l'histoire des sciences. Je la pratique encore activement mais je souhaite plutôt rendre compte ici de la déclinaison de cette méthode avec des étudiants se destinant au métier de professeur de mathématiques. L'expérience a eu lieu au cours de

cette année 2010-2011 dans le cadre de l'option didactique du master 1 métiers de l'enseignement. L'option concernait deux étudiantes et un étudiant qui se sont vus proposé un travail sur l'usage de l'histoire des mathématiques en classe. Les 24 heures, sur les 60 de cette option, ont été découpées en plusieurs temps. Dans une première phase, après une courte présentation du projet, les étudiants ont visionné un extrait de séance modèle et ont échangé relativement à ce qu'ils avaient vu. Ensuite un temps fut consacré à la consultation de la documentation dans lesquelles des pistes d'activités étaient proposées. Les étudiants ont choisi en fonction de leurs goûts et des programmes des classes où étaient prévues les expérimentations, à savoir une classe de seconde de niveau très faible et une classe de première S. La troisième phase fut de faire vivre les séances en classe. Ensuite le travail sur les vidéos pouvait commencer. Un DVD comprenant l'intégralité de la séance menée a été fourni à chaque étudiant. La tâche demandée était, après visionnage individuel complet, de retracer le plan du déroulement en vue de le comparer avec ce qui avait été prévu et de choisir un moment fort dans la séance. Conformément au thème, ce moment devait concerner les interactions entre mathématiques et histoire et devait durer environ 5 minutes. Seul ce moment choisi par l'étudiant a fait l'objet d'un visionnage collectif. L'objectif était d'en affiner l'analyse et éventuellement de compléter la transcription qui était l'autre partie du travail à accomplir. Les dernières séances ont été réservées à la rédaction d'un compte-rendu d'une dizaine de pages comptant dans le contrôle continu dans lequel devait apparaître l'ensemble de la préparation, l'analyse du passage choisi et enfin un avis sur la dimension professionnelle de cette action de formation. Les étudiants ont tous acceptés de se faire filmer, mais leurs réactions face à la caméra ont été très différentes. Pour deux d'entre eux, la vidéo a été perçue comme un bon moyen de formation. L'un des étudiants écrit « l'usage de la vidéo ne m'a pas dérangé plus que ça. Au contraire, j'ai trouvé cela très intéressant de pouvoir visionner le cours qui avait été fait. ». Pour ces deux étudiants, le regard *a posteriori* permis par cet outil a été bien compris.

Le fait d'avoir été filmée tout au long de cette séance m'a permis de me rendre compte que j'ai du mal à trouver les mots justes pour pouvoir m'exprimer correctement aux élèves et qu'ils ont donc parfois du mal à voir où je veux en venir à cause ça.

On s'aperçoit alors de tous ses « tics » gestuels et de parole, et cela permet de mieux pouvoir les corriger. De plus, il est intéressant de pouvoir analyser à *posteriori* les interventions et les réactions des élèves.

Les deux étudiants sont même prêts à renouveler l'expérience :

Je pense que rien que le fait d'enregistrer le son dans ma classe, pas forcément la vidéo, pourrait me permettre de corriger ce défaut.

On se rend également compte de certaines remarques que l'on n'avait pas entendues lors du cours. Cela pourrait donc s'avérer très utile pour améliorer la préparation des cours ainsi que la gestion de classe. C'est une expérience que je renouvellerais donc sans aucun problème.

Ces déclarations enthousiasmantes sont à mettre en balance avec l'avis de la troisième participante qui, bien que reconnaissant elle aussi l'intérêt d'un regard à froid après la séance, trouve dans la présence de la caméra un élément de blocage.

N'étant absolument pas à l'aise devant une caméra, je n'ai fait que bafouiller, et me sentir mal à l'aise au tableau. J'avais pour seule idée de finir très vite la séance afin de pouvoir sortir du champ de la caméra. Sur la vidéo, on remarque que je bafouille, que mes explications ne sont pas très claires et que mon vocabulaire n'est pas le plus approprié

(ouais, nan, euh...). Je pense que cela est dû à la caméra et au magnétophone car je me sentais épiée, regardée, fixée, analysée...

Les trois séances ont été filmées en présence des autres étudiants, du titulaire de la classe d'accueil, de moi-même derrière la caméra et même d'une collègue de l'établissement venue là par curiosité. Tout le monde était au fond de la classe tout comme la caméra qui était une simple caméra fixe sur trépied. Alors qu'il y avait en tout cinq personnes étrangères à suivre la séance, il est intéressant de remarquer que l'étudiante pointe exclusivement l'enregistrement vidéo comme cause de ses difficultés. D'autres éléments de la formation viennent corroborer cette idée. Les rapports de stage de l'étudiante montre un futur professeur généralement à l'aise dans sa classe alors que, là aussi, il y a un regard extérieur qui, de plus, comporte une dimension évaluation, que n'avait pas la vidéo dans l'expérimentation. En effet, il a été clairement expliqué au départ que le travail portait sur l'analyse didactique de la séance et qu'en aucune manière leur prestation en classe serait évaluée. Pour terminer l'analyse des ressentis de cette étudiante, il faut souligner sa réaction extrêmement violente lors du visionnage de sa séance. Sur le plan pratique, les DVD de chacun ont été distribués en début de séance. En salle informatique, chacun sur un poste séparé et avec des écouteurs, les étudiants ont alors découvert leur prestation. Dès le début du visionnage, l'étudiante s'est mise en colère, visiblement contre elle-même, s'exclamant « mais c'est pas possible ! », « pffff ! », et bien d'autres choses que la décence oblige à ne pas citer. Elle faillit quitter la salle. Après quelques regards compatissants de ses camarades (aucuns mots ne furent échangés), je rememorai à cette étudiante les mises en gardes que j'avais faites en introduction quant à la difficulté de se voir et s'entendre ; cette situation rappelle, selon moi, l'intérêt pour les formateurs de s'être essayé à ce genre de pratique avant de les proposer. Finalement, l'étudiante retrouva son calme et rédigea l'un des meilleurs rapports.

Cette expérience avec des étudiants est riche d'enseignements quant à la pertinence de la vidéo en formation. Même si elle est un peu douloureuse et qu'elle nécessite un travail en amont important, la prise de conscience de certaines postures professionnelles me semble plus facile lorsque les étudiants se regardent eux-mêmes en action. Je terminerai par un bémol concernant la logistique. Même si poser une simple caméra fixe et un microphone dans une salle de classe se fait aisément, les démarches indispensables au bon déroulement de telles expérimentations sur le terrain ne sont pas à négliger. Dans la situation décrite précédemment, seuls trois étudiants sont intervenus, ce qui représente déjà deux classes. Si ce type de méthodes venait à se généraliser, nul doute que la recherche des lieux d'intervention et l'obtention des différentes autorisations, au niveau de l'établissement mais aussi dans le cadre des accords avec le rectorat concernant la mise en stage d'étudiants, constitueront un frein.

Dans le contexte de recherche précédemment évoqué, le recueil de données en classe constitue ma troisième utilisation de la vidéo. Toute étude didactique nécessite la constitution d'un corpus qui servira de point d'ancrage au travail d'analyse. Depuis maintenant cinq ans, Hervé Loeuille, enseignant au collège Y. Coppens à Lannion, et moi-même, tentons d'enregistrer le maximum de séances mêlant mathématiques et histoire. Un corpus obtenu dans les classes de plusieurs enseignants serait sans doute plus intéressant, mais comme je l'ai déjà évoqué, les utilisateurs de l'histoire en classe sont peu nombreux et la présence d'une caméra est rarement acceptée. Ainsi, notre réflexion porte avant tout sur la demi-douzaine de séances déjà en notre possession. Je ne rentre pas ici dans le détail du travail didactique car le cadre théorique est encore en pleine phase d'élaboration, ce qui rend les résultats encore trop fragiles pour être

présentés. Néanmoins, je noterai que la richesse de ce type de séances ne semble pas se démentir. J'ajouterai que le visionnage à froid des séances est généralement apprécié par l'enseignant qui y trouve un outil pour l'amélioration de sa pratique ; ce qui constitue une forme d'autoformation qui n'est pas sans rappeler des approches didactiques plus usuelles. Dans le cas du travail sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe, en plus de la recherche d'éléments caractéristiques de ce type de séances et donc la production de connaissances théoriques sur le sujet, une autre forme de valorisation est prévue. Partant du constat évoqué en introduction quant à l'absence d'exemples de mises en œuvre pratiques, nous envisageons la production de DVD contenant des extraits de séances accompagnées de commentaires sous forme d'un fascicule. Toutefois, en plus du temps nécessaire à la réalisation de ce type de média, je remarquerai que le passage d'une utilisation interne, individuelle ou en groupe de recherche, à une diffusion plus large a mis en évidence des difficultés nouvelles. Si la logistique pour la prise de vue en classe n'est pas insurmontable, l'obtention d'images et de son de qualité compatible avec la production d'un DVD à distribuer est beaucoup plus délicate. Pour ce genre de projet, la captation doit être faite avec soin et avec du bon matériel sous peine de rendre inexploitable les enregistrements (mauvais cadrage, son de piètre qualité, etc.). À cela, il faut ajouter le besoin de compétences techniques relatives au montage de film et à l'*authoring* de DVD. De nos jours, la plupart des ordinateurs à notre disposition permettent l'installation de logiciels, souvent libres et gratuits, dédiés à ce type de tâches. Cependant, le résultat final peut être décevant, ce qui, selon moi, pose la question de la nécessité du regard, voire de la participation d'un professionnel compétent à ce type de projet éditorial. À ce stade, le projet change de dimension et les budgets deviennent beaucoup plus conséquents, passant de quelques centaines d'euros (parfois moins, voire zéro, si on a déjà une caméra et un ordinateur à disposition) à plusieurs milliers d'euros indispensables pour payer un cameraman et/ou un monteur professionnel.

3. Conclusion

Une discipline, sa didactique et son histoire entretiennent des liens complexes et évidemment plus riches que ceux évoqués dans le cadre restreint de la première partie de cet article. Au niveau universitaire, comme l'ont déjà remarqué plusieurs auteurs (par exemple, Dorier 2000), la didactique peut tout à fait trouver des éléments d'analyse intéressants dans certains résultats de l'histoire des concepts. L'organisation développée dans mes propos ne vise pas à remettre en cause ces liens nécessaires au niveau de la recherche scientifique. Par contre, aux côtés des mathématiques, de leur didactique et de leur histoire, l'ajout d'un quatrième acteur (figure 2) permet, selon moi, de mieux définir le cadre spécifique des études dites empiriques.

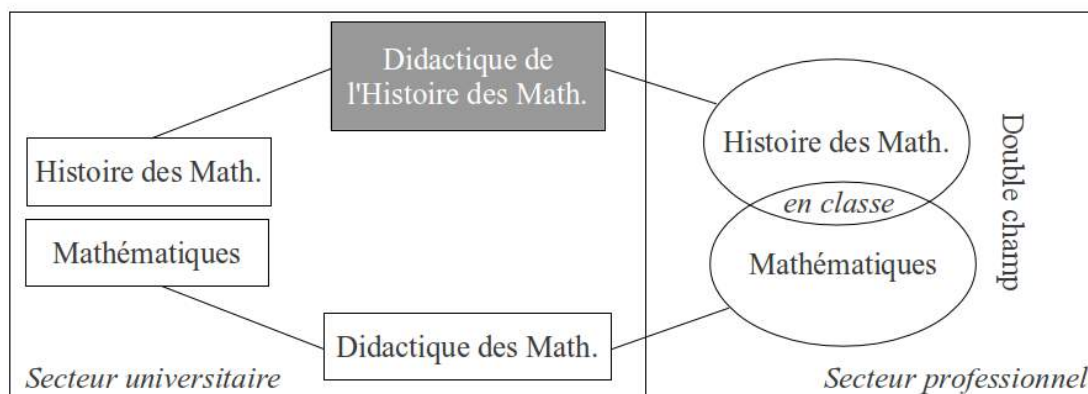


Figure 2 – Aux côtés des mathématiques, de leur didactique et de leur histoire, ajout d'un quatrième acteur

L'introduction d'une didactique de l'histoire de la mathématique permet de relier l'histoire à des questions concernant son enseignement. Plus mouvant, plus mélangé, ce dernier niveau s'accompagne de questions spécifiques qu'un travail conjoint entre les différents acteurs (enseignants sur le terrain, chercheurs...) peut essayer de cerner et d'analyser afin d'y proposer des éléments de réponse. Pour terminer, il me semble ne faire aucun doute que, pour mener à bien cette tâche, une didactique de l'histoire des mathématiques comme domaine de recherche, aura tout intérêt à rester en contact avec la didactique des mathématiques pour y puiser l'inspiration de concepts ou modèles performants. Le cas de l'usage de la vidéo en est l'exemple archétypique. Presque depuis l'origine des didactiques comme champ de recherches autonomes, l'enregistrement vidéo du travail du professeur dans sa classe a été un outil important pour l'analyse des gestes professionnels et des interactions avec les élèves. Il y a là un réel savoir-faire qui ne peut qu'enrichir des travaux sur l'usage de l'histoire des mathématiques en classe. Quelques blocages devront encore être levés, en particulier sur l'acceptation de la part des enseignants d'une caméra dans leur classe, mais les perspectives de développement de nouveaux outils de formation sont très intéressantes.

BIBLIOGRAPHIE

- Barbin, É. (1991) The reading of original texts: how and why to introduce a historical perspective. *For the learning of mathematics*, 11.2 (12-14).
- Barbin, É. (1997a) Histoire et enseignement des mathématiques : pourquoi ? Comment ? *Bulletin de l'AMQ (Association Mathématique du Québec)*, vol.XXXVII, n°1 (20-25).
- Barbin, É. (1997b) Sur les relations entre épistémologie, histoire et didactique des mathématiques. *Repères-IREM*, 27 (63-80).
- Barbin, É. (ed.), Stehlíková, N. (ed.), Tzanakis, C. (ed.) (2008) History and epistemology in mathematics education, Proceedings of the 5th European summer university ESU5.
- Brousseau, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, n° 2 (33-115).
- Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19 (2).

- de Vittori, T. & Loeuille, H. (2009) Former des enseignants à l'histoire des sciences : Analyse et enjeux d'une pratique en mathématiques. *Petit x* 80.
- Dorier, J.-L. (2000) Recherche en Histoire et en Didactique des Mathématiques sur l'Algèbre linéaire – Perspectives théorique sur leurs interactions. *Les cahiers du laboratoire Leibniz* 12.
- Guedj, M. (2005) Utiliser des textes historiques dans l'enseignement des sciences physiques en classe de seconde des lycées français : compte-rendu d'innovation. *Didaskalia* 26, mai 2005.
- Guedj, M., Laubé, S., Savaton, P. (2007) Éléments de problématiques et de méthodologie pour une didactique de l'épistémologie et de l'histoire des sciences et des techniques (EHST). *IUFM du Nord Pas de Calais. Colloque Théories et expériences dans les didactiques de la géographie et de l'histoire. La question des références pour la recherche et pour la formation.*
- Jankvist, U.-T. (2009) On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12(1) (67-101).
- Jankvist, U.-T. (2010) An empirical study of using history as a 'goal'. *Educational studies in mathematics* 74 (1) (53-74).
- Lenoir, Y., Sauvé, L. (1998) De l'interdisciplinarité scolaire à l'interdisciplinarité dans la formation à l'enseignement: un état de la question. *Revue française de pédagogie* 124 (121-153).
- Martinand, J.-L. (1993) Histoire des sciences et didactique de la physique et de la chimie : quelles relations ? *Didaskalia* 2, « Didactique et histoire des sciences », INRP.
- Raichvarg, D. (1987) La didactique a-t-elle raison de s'intéresser à l'histoire des sciences ? *Aster* 5, « Didactique et histoire des sciences », INRP.
- ReForEHST (2006) Histoire des sciences : formations et recherches en IUFM. *Tréma* 26.
- Reuter, Y. (Ed.) (2007) *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*. De Boeck.
- Rosmorduc, J. (1995) L'histoire des sciences dans la formation scientifique des maîtres de l'école élémentaire. *Didaskalia* 7, INRP.
- Siu, M.-K., Tzanakis, C. (2004) History of mathematics in classroom teaching – appetizer? main course? or dessert? *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education* 3(1-2), v-x. Special double issue on the role of the history of mathematics in mathematics education (proceedings from TSG 17 at ICME 10).
- Tzanakis, C., Arcavi, A. (2000) Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel and J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education*, Chapter 7 (pp. 201–240.). The ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Annexe – Exemple de fiche d'activité par H. Loeuille Diophante, Viète et Fermat (niveau 3e)

Première partie

Diophante, mathématicien grec du III^e siècle après J.C a beaucoup travaillé sur les nombres. Son ouvrage le plus important est les « Arithmétiques » dans lequel il expose des méthodes de résolution de problèmes, dont certains étaient des problèmes traditionnels, déjà exposés dans des tablettes babyloniennes.

Voici un de ces problèmes : « Trouve deux nombres dont la somme est 20 et le produit est 96 ».

Peux-tu trouver une solution à ce problème ?

Deuxième partie

François Viète est un mathématicien français du XVIIe siècle.

Il a entre autre repris les travaux de **Diophante**, en en donnant une nouvelle approche, sans se contenter d'en faire une simple traduction.

Dans son ouvrage « les Zététiques » apparaît le langage littéral, mais Viète utilise encore beaucoup de phrases. On y trouve en particulier l'affirmation suivante :

Le double de la somme des carrés de deux nombres, diminué du carré de la somme de ces deux nombres, est égal au carré de leur différence.

Choisis d'abord deux nombres entiers et vérifie si cette affirmation est bien vraie pour les nombres que tu as choisis.

Si elle est vraie pour ces nombres, peux-tu en déduire qu'elle est toujours vraie ? Pourquoi ?

Écris en langage mathématique le texte de cette affirmation.

Démontre que l'égalité ainsi obtenue est en fait une identité.

En fait, François Viète rédigeait de cette façon : il écrit d'abord le texte puis donne un exemple.

Le quarré de l'aggregé des costez, moins le quadruple du rectangle contenu soubs iceux, est égal au quarré de la différence des costez. Le rectangle contenu soubs les costez soit 20, et leur somme 12, le quarré de la différence des costez sera 144-80, ou 64, duquel la racine est 8 pour la différence ; partant les costez seront 10 et 2.

Réécris tout d'abord la partie texte en français moderne puis en écriture mathématique.

Démontre que cette affirmation est vraie.

Utilise cette méthode pour retrouver la solution du problème posé par Diophante.

Troisième partie

Au XVIIe siècle, le mathématicien français **Fermat** formule la proposition suivante :

Le carré de la différence des carrés de deux nombres, ajouté au carré du double produit de ces nombres, est égal au carré de la somme de leurs carrés.

1. Vérifie d'abord si cette proposition paraît vraie pour deux nombres de ton choix.
2. Traduis cette proposition en langage mathématique. Est-elle toujours vraie ?
3. À quelle propriété bien connue cet énoncé te fait-il penser ?
4. Te souviens-tu de ce que dit la conjecture de Fermat ? Que sais-tu sur celle-ci ?