

Projet CAPES-COFECUB

Problèmes ouverts dans l'enseignement et l'apprentissage des concepts mathématiques : une approche didactique

Saddo Ag Almouloud
Eliane Oliveira
Luiz Marcio Farias
Christian Mercat
Gilles Aldon

CAPE-COFECUB

- Présentation générale
- Rapport Mission 1 à Para et Bahia
- Poursuite du travail
 - Objectifs
 - Para
 - Bahia
 - Lyon
- Masters et thèses
- Conclusion

Para Bahia



Le projet

Ce projet propose d'étudier le rôle **des problèmes ouverts** dans l'enseignement des mathématiques, en considérant les apports théoriques de la didactique des mathématiques développée en France en particulier par **l'équipe DREAM de l'IREM de Lyon**.

Le projet

Du point de vue des apprentissages :

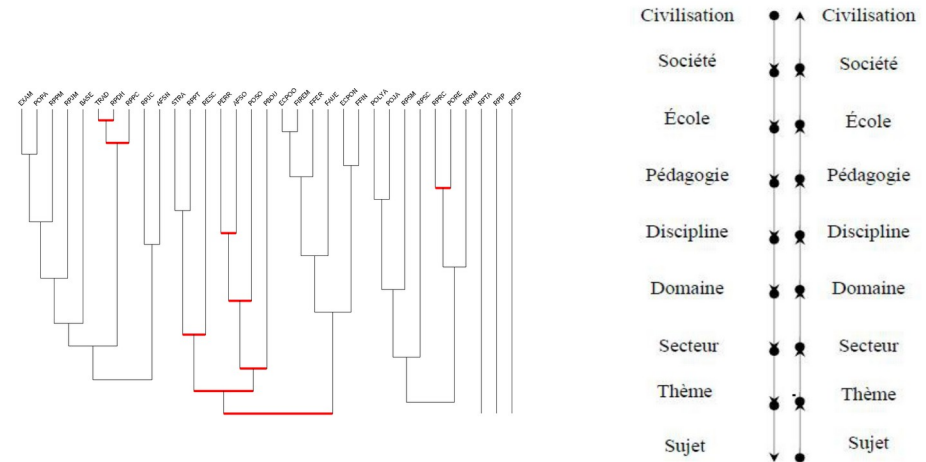
- Analyser les stratégies développées par les élèves lors de la résolution de problèmes ouverts ;
- Relier les pratiques observées aux théories de la didactique des mathématiques.

Le projet

- **Du point de vue de l'enseignement :**
 - Identifier comment les problèmes ouverts sont compris et utilisés par les enseignants de l'éducation de base dans les deux pays ;
 - Développer, appliquer et évaluer des séquences d'enseignement basées sur des problèmes ouverts (SDRP).
- **Du point de vue de la recherche :**
 - Produire du matériel pédagogique et des propositions de formation pour les enseignants ;
 - Contribuer à la formation de réseaux internationaux de recherche en enseignement des mathématiques.

Un questionnaire

- Usage des problèmes dans l'enseignement des mathématiques
 - Polysémie du mot « problème » → interrogation sur les conceptions
 - Interrogation sur les usages dans l'enseignement des maths
 - Interrogation sur les usages de « problèmes ouverts »
 - Analyse
 - Niveaux de codétermination didactique
 - Analyse statistique implicative
-
- Le diagramme illustre l'analyse statistique implicative (ASI) des usages des problèmes. À gauche, une dendrogramme relie 25 usages (étiquetés par des codes comme D1A1, P1A1, etc.) en fonction de leur similarité. À droite, une échelle à six niveaux de codétermination didactique est présentée : Civilisation, Société, École, Pédagogie, Discipline, et Domaine. Des points noirs sur des axes verticaux opposés indiquent la position de chaque usage le long de ces dimensions. Des flèches verticales soulignent les liens forts entre certains usages et des niveaux spécifiques, tels que le lien entre l'usage D1A1 et le niveau École.



Un questionnaire

- L'étude des similarités fait ressortir trois grandes classes qui se caractérisent par des utilisations diverses des problèmes dans l'enseignement.
- En corrélation très forte avec les niveaux d'enseignement
 - Lycée : problèmes ouverts comme extérieurs à l'enseignement
 - Collège : pratique de recherche de problèmes présente dans l'enseignement (tâches complexes)
 - École : formation et utilisation des problèmes ouverts pour l'enseignement.
- Les niveaux de co-détermination didactique montrent que la résolution de problèmes, bien qu'institutionnellement prescrite, dépend d'un ensemble complexe de conditions et contraintes.

Mission 1 Parà, Bahia



Bélem



Universidade Federal de Pará

Universidade Federal de Pará



Salvador de Bahia



Mission 1 : 6 - 17 juillet 2026



Travail collaboratif :
mise à l'épreuve de SDRP,
discussions, expérimentations,
construction de situations didactiques
à partir de problèmes de
mathématiques.



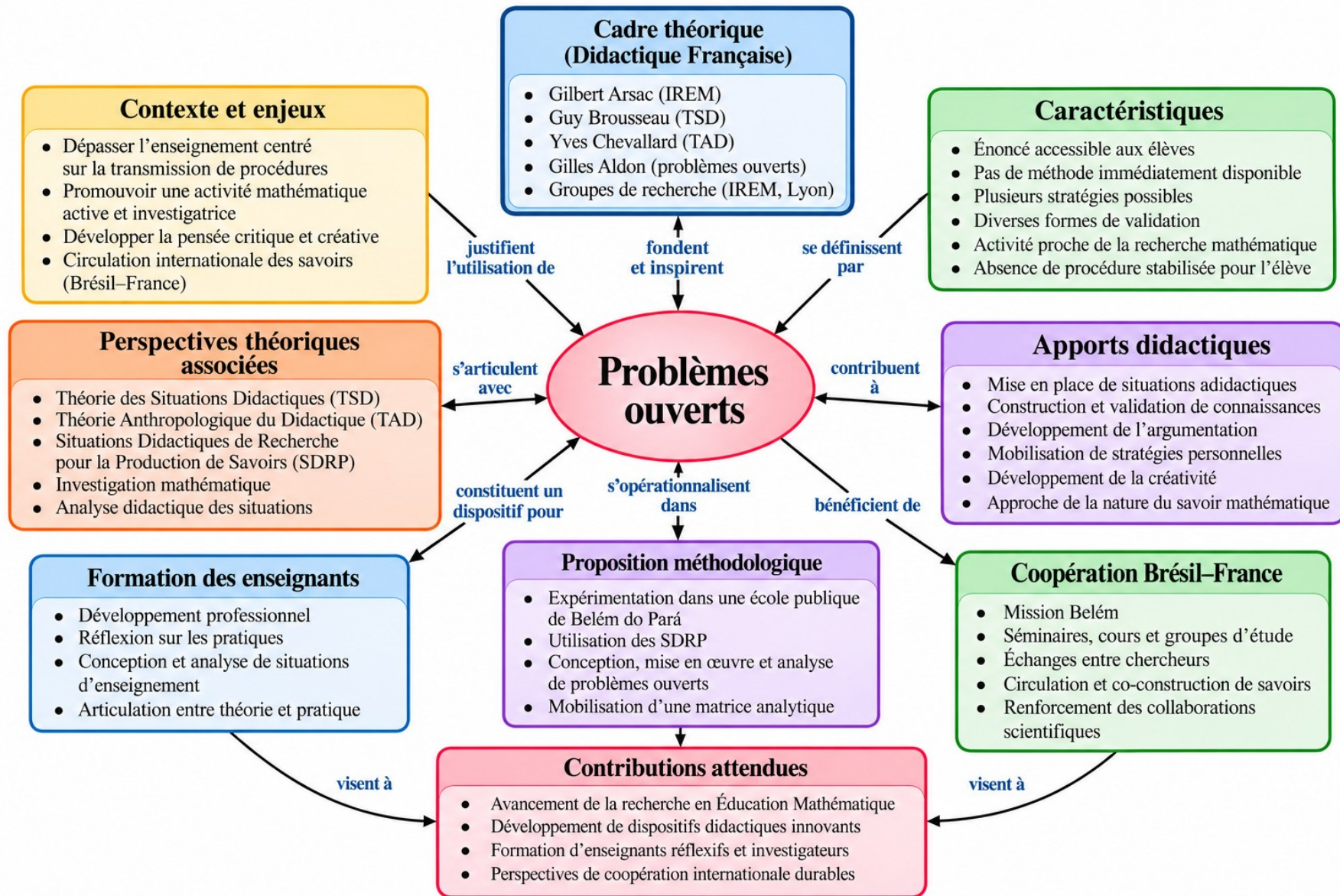
Mission 1 : 6 - 17 juillet 2026

Expérimentations dans des classes



Projet – Problèmes Ouverts

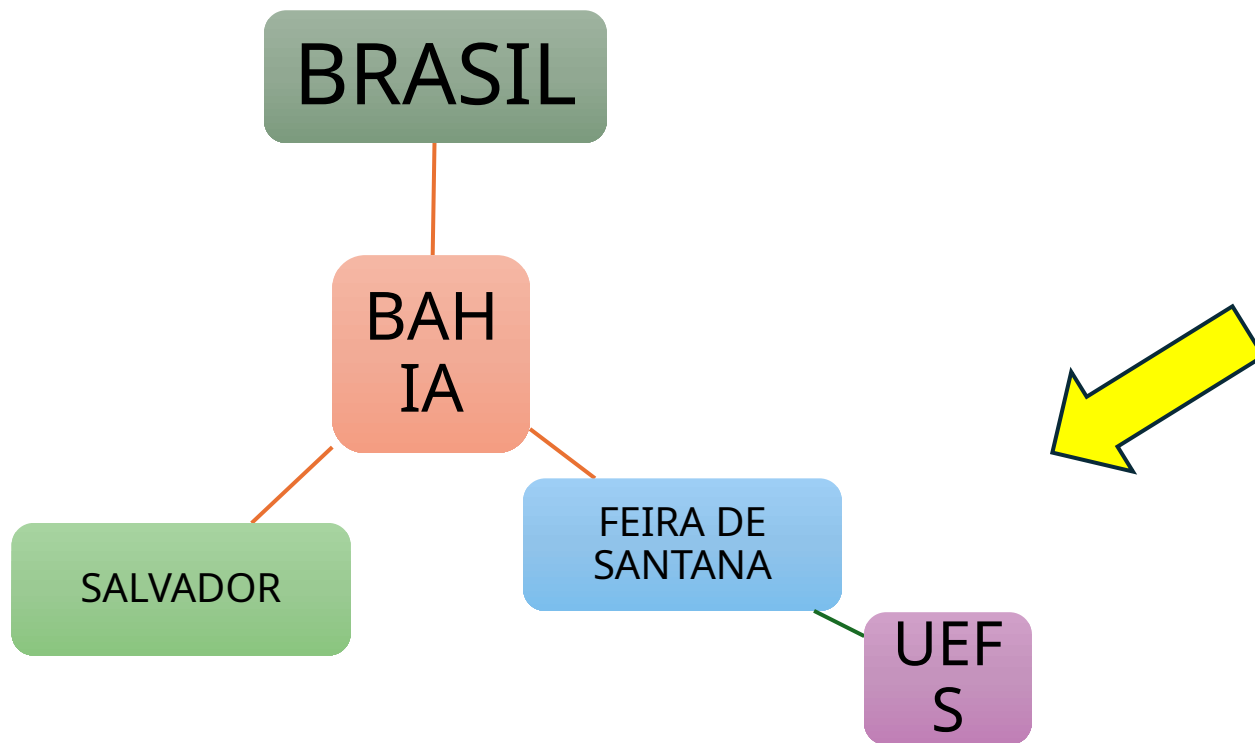
Saddo Ag
Almouloud
Université
Fédérale de Pará
- Brésil

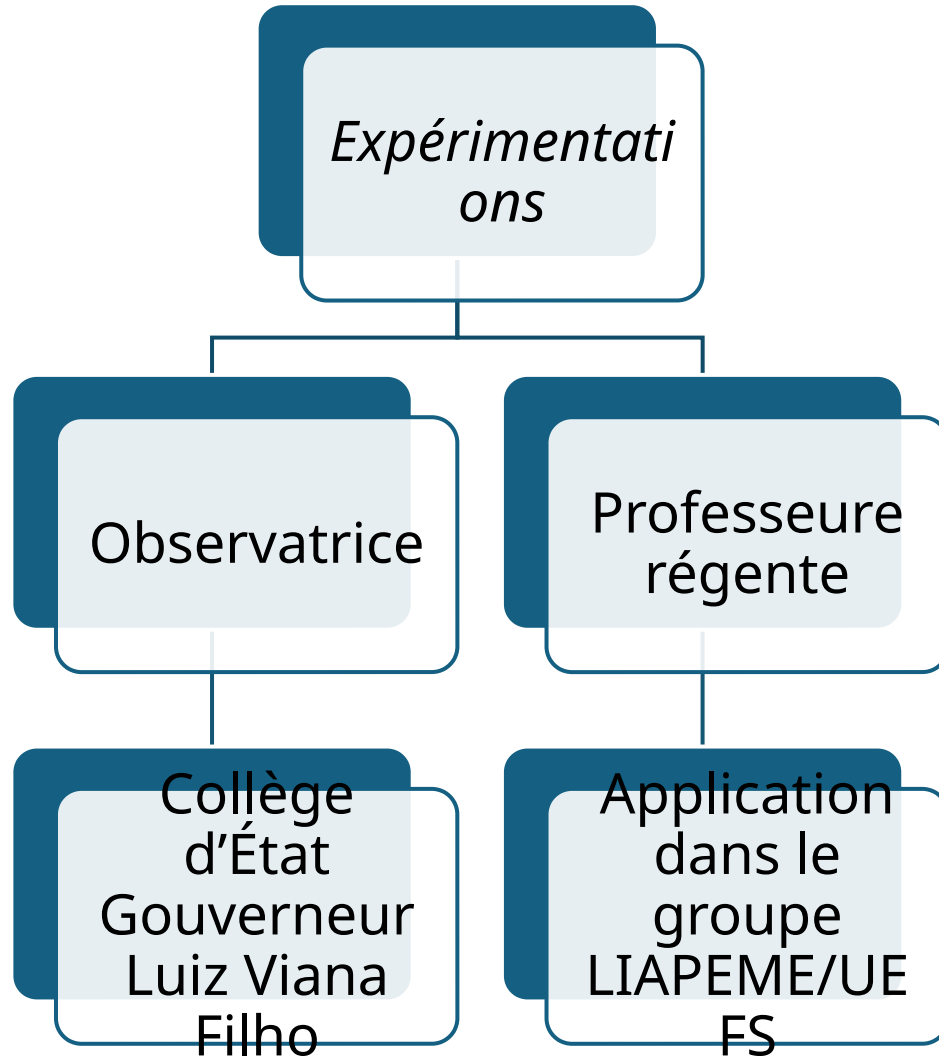


EXPÉRIENCES COFECUB AU BRÉSIL – BAHIA

Professeur Eliane Santana de Souza Oliveira, PhD
Université d'État de Feira de Santana

RECHERCHES MENÉES À BAHIA





EXPÉRIENCE 1 – OBSERVATEUR

Collège d'État appelé *Gouverneur Luiz Viana Filho*.

Quartier populaire nommé *Cidade Nova*, dans la ville de Feira de Santana

Élèves de la classe de 9^e année A, ayant des difficultés en mathématiques.

Professeure : Rita Cinéia

Nombre d'élèves : 21

Durée totale de la séance : 1 heure et 30 minutes

Le

2º momento: preencha a tabela

Número de cortes	Número de pedaços

Prob

- Tou

- Elle

- Ens

noi

- Cet

Pren

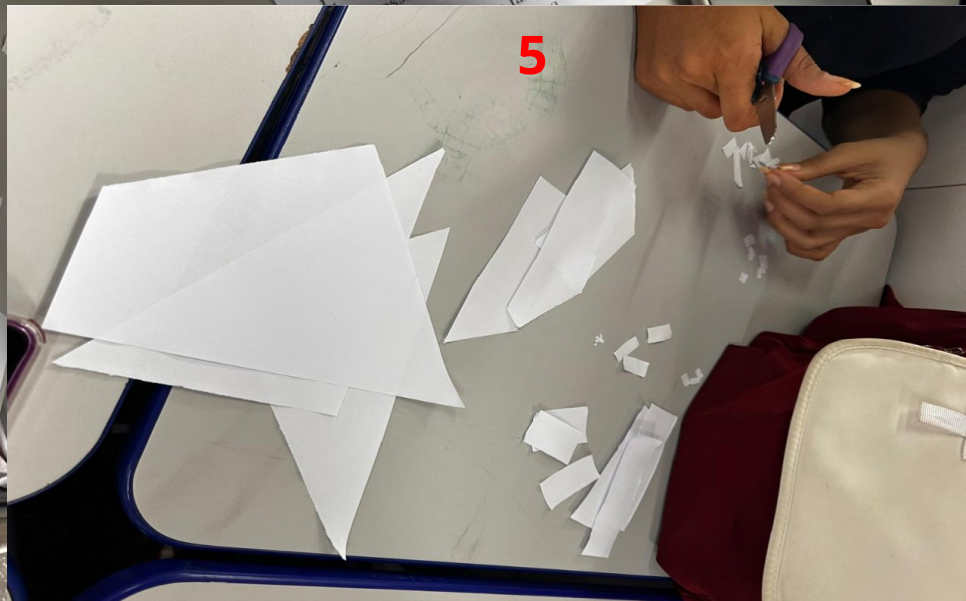
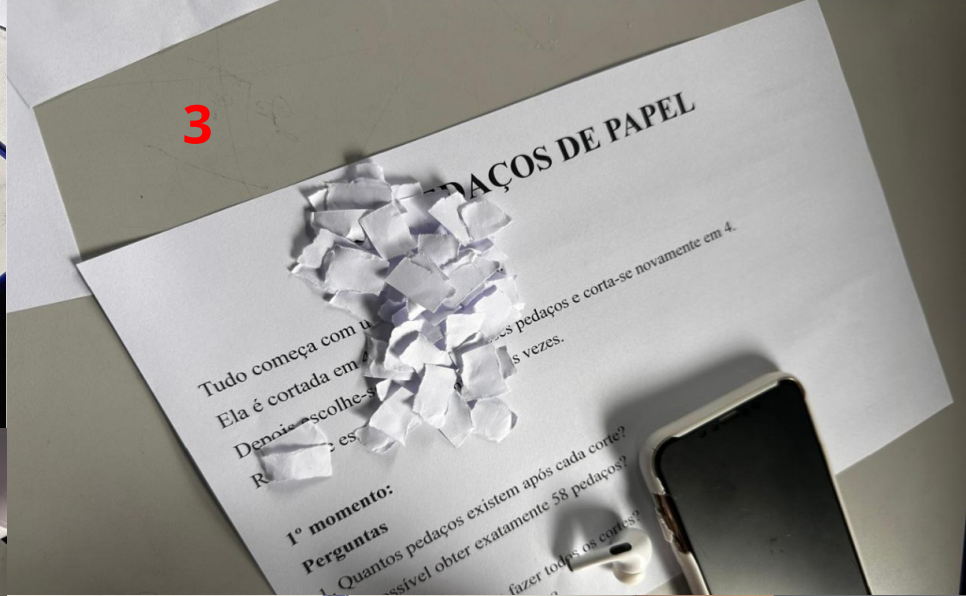
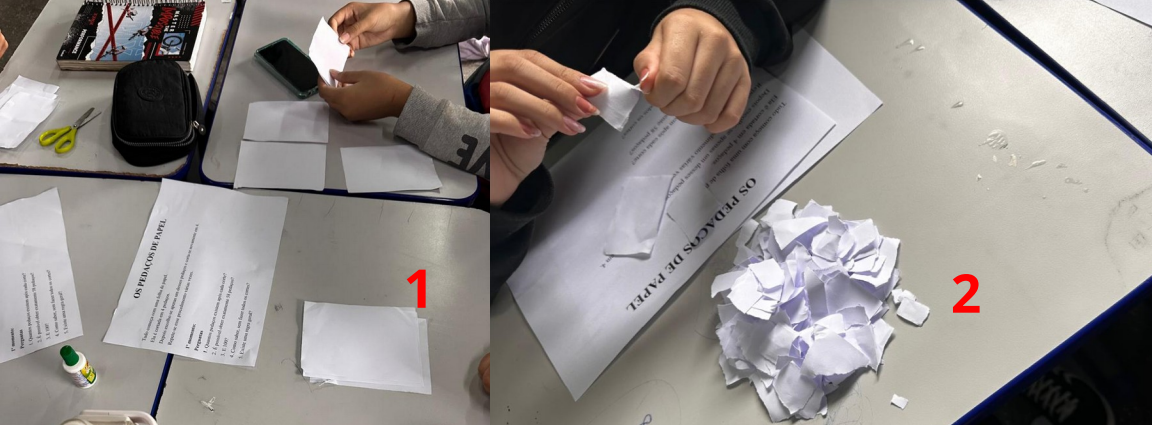
3º momento:

Cortes (k)	Pedaços

coupe à

?

3. Existe-t-il une règle générale :

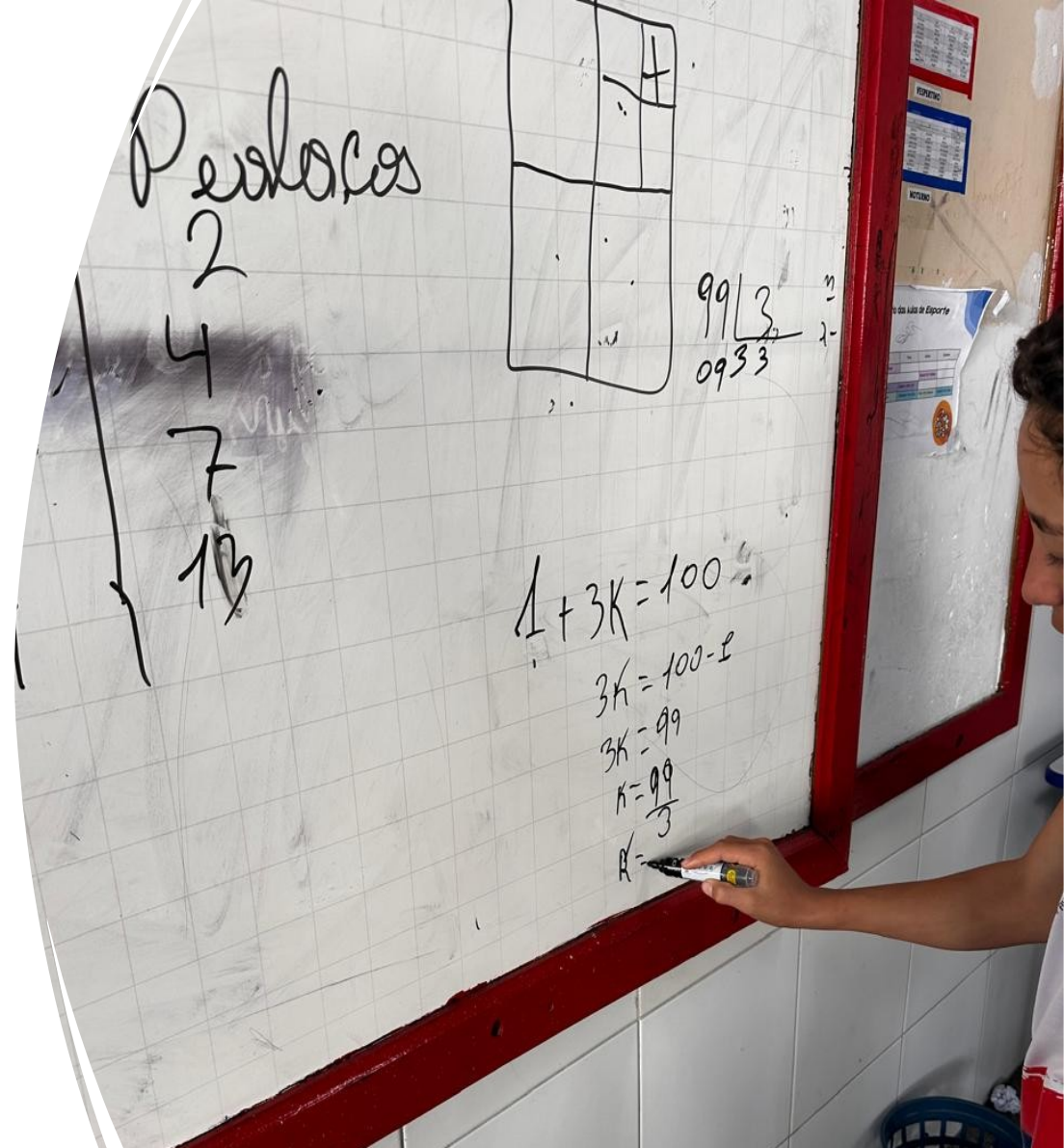


Quelques aspects observés

- **Recherche** : En manipulant le papier, certains élèves ont affirmé percevoir que le nombre de morceaux augmentait de 2 en 2. D'autres ont observé que cela produisait des valeurs paires et impaires.
- **Conjectures** : Certains élèves des groupes 1 et 5 ont remarqué que le premier papier était divisé en 3 et que ce processus se répétait de manière successive. Quelques élèves ont conclu qu'il s'agissait d'un nombre divisible par 3. D'autres ont pensé qu'il s'agissait simplement de pliages successifs.
- **Communication** : La professeure a demandé qu'une personne de chaque groupe se rende au tableau pour présenter ses réponses, afin que tous puissent observer et analyser. À ce moment-là, elle a constaté des réponses différentes.
- **Validation** : À l'aide des découpages de papier, certains élèves vérifiaient si la stratégie envisagée était correcte ou non.

Quelques aspects observés

- Pendant l'application, la professeure lançait des questionnements tels que : « Qu'en penses-tu ? », « Faites et discutez avec vos camarades », « Comment cela peut-il être ? », « Vous devez choisir la stratégie ». De plus, elle a géré le temps de manière à garantir la finalisation de l'activité. À la fin, elle a conduit les élèves au tableau et, avec un étudiant qui essayait de réaliser la généralisation algébrique, elle a institutionnalisé le savoir construit.



EXPÉRIENCE 2 – OBSERVATION DE L'ENSEIGNANT

Université d'État de Feira de Santana.

Localité : Novo Horizonte - Feira de Santana –
Bahia – Brésil.

6 étudiants de licence et 3 enseignants du
primaire et du secondaire, étudiants en
master.

Professeure: Eliane Oliveira

Durée totale de la séance : 1 heure 30 minutes

LE PROBLÈME

- Tout commence avec une feuille de papier que l'on va découper en plusieurs morceaux.
 1. On découpe une feuille en n morceaux.
 2. On prend un de ces morceaux et on le découpe à son tour en n morceaux, et ainsi de suite.
 3. Est-il possible d'obtenir m morceaux de papier ?
- Remarque : La professeure a présenté le problème à l'aide d'une diapositive. Après les explications, la classe a été divisée en deux groupes de quatre membres, et un élève a choisi de travailler individuellement. La séance a duré 1 heure et 30 minutes.

GROUPE 1

- Le groupe 1 a compris qu'il fallait découper le morceau déjà découpé et ont décidé d'enregistrer le nombre de morceaux obtenus à chaque découpe.
- Ensuite, ils ont compris qu'il y avait une généralisation propre au nombre de découpe.
- Ils ont également constaté qu'il s'agissait du premier terme d'une hypothèse comme ils ont compris que cela dépendait du nombre de découpe.
- La professeure a alors demandé : « Et 100 ? ». Le groupe a opté pour une progression arithmétique, mais elle a dit que ce n'était pas la bonne.
- Ainsi, ils arrivent à trouver la relation entre m et n dans la formule.

n	m
1	2
2	3
3	4
4	5
	$\vdots$
	$m+1$

$n \rightarrow$ quantités de morceaux que l'on coupe
 $m \rightarrow$ total de morceaux.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 1$$

$$2 + n - 1$$

$$a_n = n + 1$$

et a soulevé des doutes : ou prendre seulement un après les éclaircissements, ils ont obtenu le nombre de morceaux obtenus à

algébriques et ont remarqué que la relation $A) = n + 1$ impliquée. La première relation est $= n + 1$, où n représente le

nombre de découpe pour 4 parties, et ont constaté que la relation était différente. Le groupe a discuté de chaque cas. Ils ont testé des puissances de 2 (2^n), mais ont constaté que cela ne fonctionnait pas.

Il y avait 21 découpes ? Et 256 ? Le groupe a opté pour une progression arithmétique en deux morceaux.

Il y a une relation entre m et n .

GROUPE 2

- Le groupe a choisi de réagir de manière stratégique, a établi une

- Cependant, en recherchant à la définition suivante

- Ils ont ensuite découvert au problème.

- En analysant l'expression des membres du groupe ont découverts — comme 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99 — pas le cas, ils ont modifié

Pela fórmula de PA

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Definimos

a_1 = a página após o primeiro corte - 2

n = número de cortes

r = razão ou número reduzido de cortes, nesse caso, adotamos $n=1$.

Usando $m=30$, temos

$$30 = 2 + (n-1) \cdot 1$$

$$30 = 2 + n - 1$$

$$30 = n + 1$$

$$30 - 1 = n$$

$$\boxed{n=29}$$

passível atingir m para qualquer valor.

de papier et, de manière

cci, les élèves sont arrivés à l'expression mathématique :

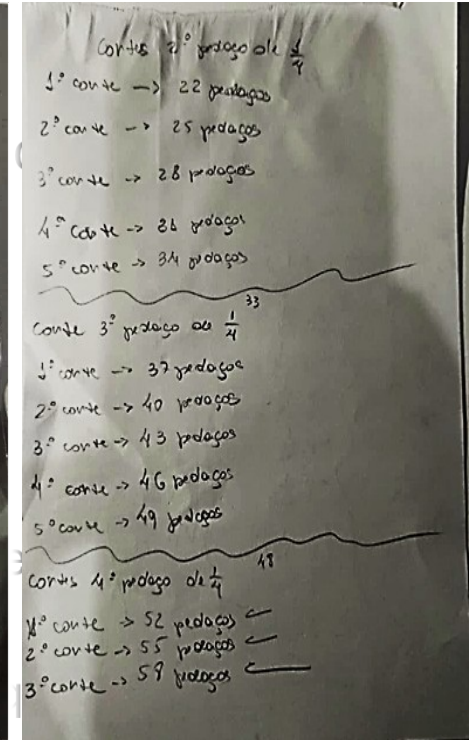
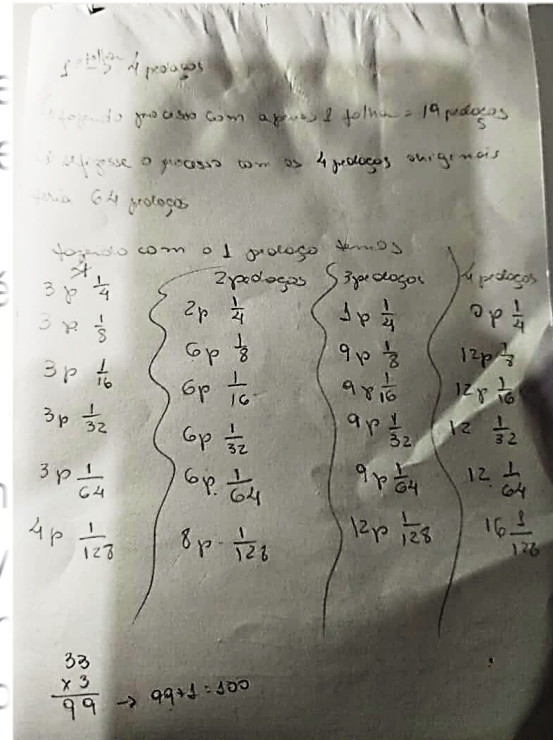
lorsqu'ils la comparaient

dans GeoGebra, certains ont fait d'autres nombres de pages. En vérifiant que ce n'était pas une progression arithmétique (PA).

ÉTUDIANT 1

L'étudiante qui a résolu seule le problème ouvert et a compris le problème ouvert

- Combien sont n morceaux ?
- Dois-je déterminer cette quantité ?
- Ce n est-il une quantité ?
- Et combien seraient m morceaux ?
- Ce m est-il une quantité plus grande ?
- Dois-je prendre la feuille et essayer ?
- Le m serait-il déterminé par la sorte de papier ?
- Existe-t-il une relation entre eux ?



Après ces questionnements, nous avons présenté le problème reformulé pour la neuvième année, afin qu'elle puisse le résoudre et ensuite revenir au problème ouvert.

Mathématiquement, elle a observé les stratégies suivantes

coups, ainsi que 100 morceaux, puisque $100 = 33 \times 3 + 1$. Elle a donc généré :

$$P = 4 + 3(c - 1),$$

est le nombre de découpes réalisées.

Elle a remarqué qu'en répétant le processus consistant à découper la feuille en n morceaux, puis l'un d'eux pour le découper à nouveau, le total de morceaux augmentait toujours. Pour confirmer ce schéma, elle a testé avec $n = 3$ et a constaté que la règle se maintient :

$$3 + 2(c - 1)$$

Enfin, elle est revenue au problème initial et a conclu qu'il est possible d'obtenir exactement m morceaux, à condition que m soit donné par la formule :

$$m = n + (c - 1)(n - 1),$$

où n est le nombre de morceaux obtenus à chaque découpe et c le nombre de répétitions.

Quelques observations

- Il n'y a pas eu de socialisation des expérimentations du LIAPEME ni des stratégies générales le même jour de l'application ; cela a été reporté à la prochaine réunion, désormais prévue pour octobre. On a observé que la phase individuelle a permis l'émergence de diverses stratégies, mais qu'une fois mises en commun dans les groupes, toutes ont convergé vers une progression arithmétique (PA).
- L'élève qui a travaillé seule a réussi à formaliser la situation d'une manière différente de celle des autres.
- On a également constaté une articulation avec des contenus antérieurs qu'ils avaient déjà étudiés.
- La phase expérimentale et la compréhension initiale de la situation ont sido essentielles. Il est apparu nécessaire de reformuler le problème pour l'enseignement supérieur, de manière à encourager les étudiants à explorer des formulations allant au-delà du cas $n = 2$.
- Les deux expériences ont été cruciales pour le développement, au sein du groupe de recherche LIAPEME, d'un mini-laboratoire collaboratif destiné à travailler avec les SDRP.

Merci!