

Résolution de l'équation  $y^2 - x^2 = 24$   
où a et b sont entiers

Activité pour la classe de Seconde

par Jean-Alain Roddier  
IREM de Clermont-Ferrand

*L'idée centrale de cette activité est de montrer comment différents outils de résolution peuvent être opérationnels sur un même problème. L'idée n'est pas ici d'opposer l'un à l'autre mais de mettre en avant les qualités de chacun. Bonne lecture !*

Place dans la progression du programme :

Cette activité peut prendre sa place dans la partie **Géométrie** consacrée aux **équations de droites** pour travailler en particulier sur la capacité attendu de **déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes**.

Pré-requis :

Dans la phase de résolution papier-crayon, il est proposé de tracer des droites données par leurs équations réduites respectives, aussi sera-t-il important au préalable d'avoir la compétence de **savoir tracer une droite dans le plan repéré**.

Enoncé :

Déterminer, s'il y en a, tous les couples d'entiers vérifiant l'égalité :  $y^2 - x^2 = 24$ .

Proposition de scénario :

Nous proposons de réaliser cette activité en 3 phases :

Phase n°1 : (1heure) Recherche avec un tableur.

Phase n°2 : (1 heure) Recherche à l'aide d'un algorithme.

Phase n°3 : (2 heures) Traitement papier-crayon et capitalisation.

Détail de chaque phase :

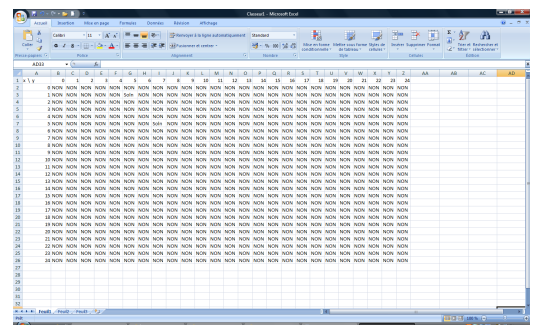
Phase n°1 :

Il sera utile de limiter la plage de recherche de solutions. On pourra ensuite construire une feuille tableur avec un tableau à double entrée avec dans chaque case le test de la divisibilité de  $y^2 - x^2 = 24$ .

On introduira la formule à placer dans la case B2 :

=SI(B\$1^2-\$A2^2=24 ; « Soln » ; « NON » )

La recherche des solutions dans le tableau est facile car on a une plage assez limitée, qu'en serait-il si l'on avait à résoudre l'équation :  $y^2 - x^2 = 1964$  ? Nous allons envisager un algorithme de recherche des solutions puis programmer cet algorithme.



### Phase n° 2 :

On propose de réaliser cette recherche par balayage.

Ainsi, on prend d'abord  $y = 0$ ,

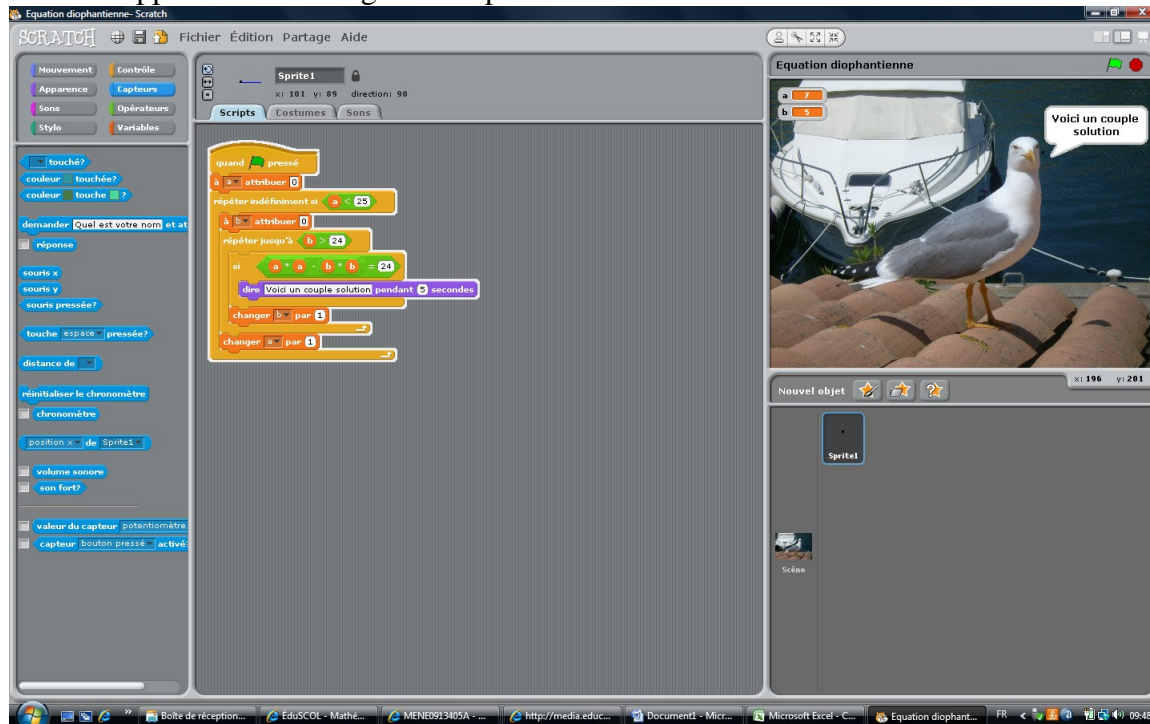
on fait ensuite varier  $x$  de 0 à 24,

on teste à chaque fois si  $y^2 - x^2 = 24$

si on a une solution, le logiciel le signale

on passe au  $y$  suivant, et on reprend le même processus.

Le développement de cet algorithme peut se faire sous Scratch :



### Phase n°3 :

On résout l'équation par analyse-synthèse.

Dans la phase d'analyse, la résolution des systèmes pourra se faire après avoir tracé les droites en question. Il va de soi que la résolution des systèmes est une des compétences centrale à obtenir à la fin de l'activité.

Dans la phase de synthèse, on se limitera à vérifier que les couples trouvés sont bien solutions de l'équation.

