

Les problèmes dans les programmes depuis la contre réforme en France

Sylvie COPPE
IUFM de Lyon, Université Lyon 1

Résumé

Dans cette introduction nous ferons un rapide historique des programmes de mathématiques, notamment de collège, depuis la contre-réforme des mathématiques modernes afin de montrer l'évolution des injonctions concernant l'enseignement/apprentissage par la résolution de problèmes et plus récemment l'introduction de la démarche d'investigation.

En France, la démarche d'investigation a été introduite en 2005 dans les programmes officiels du collège (élèves de 11 à 15 ans) pour toutes les sciences et les mathématiques, comme un outil pédagogique visant à développer l'autonomie des élèves, le goût pour la recherche, la motivation pour les sciences. Cette méthode a été développée dans les autres pays européens et elle est connue sous le nom de Inquiry Based Learning. Le rapport Rocard, 2007 préconise cette nouvelle méthode d'enseignement pour lutter contre la désaffection des élèves pour les études scientifiques. Ils définissent « inquiry » en référence à Linn, Davis, & Bell, 2004) :

« By definition, inquiry is the intentional process of diagnosing problems, critiquing experiments, and distinguishing alternatives, planning investigations, researching conjectures, searching for information, constructing models, debating with peers, and forming coherent arguments (quoted by Rocard et al. 2007, p.9). »

Le rapport explique qu'à travers cela, il y a bien une volonté de changer les pratiques d'enseignement et aussi la place du professeur et de l'élève : d'une approche « top down transmission » dans laquelle le professeur présente les savoirs et leurs applications à l'élève qui doit les appliquer vers une approche « bottom up » où le professeur laisse l'élève faire des essais, se tromper, revenir en arrière, etc.

En France, pour les mathématiques, depuis une trentaine d'années, les programmes officiels préconisent plutôt un enseignement basé sur la résolution de problèmes, c'est-à-dire faisant l'hypothèse que l'on apprend en trouvant des solutions à des problèmes bien choisis, pour lesquels la connaissance visée est une solution optimale.

Dans ce chapitre, nous allons faire une étude de ces programmes officiels de mathématiques français du collège pour montrer les évolutions en ce qui concerne la place et la fonction de la résolution de problèmes, puis nous verrons quels liens on peut faire avec la démarche d'investigation, plus récemment introduite.

Notons que le rapport Rocard prend en compte ces deux références.

« In mathematics teaching, the education community often refers to “Problem-Based Learning” (PBL) rather than to IBSE. In fact, mathematics education may easily use a problem-based approach while, in many cases, the use of experiments is more difficult.

Problem-Based Learning describes a learning environment where problems drive the learning. That is, learning begins with a problem to be solved, and the problem is posed in such a way that children need to gain new knowledge before they can solve the problem. Rather than seeking a single correct answer, children interpret the problem, gather needed information, identify possible solutions, evaluate options and present conclusions. Inquiry-Based Science Education is a problem-based approach but goes beyond it with the importance given to the experimental approach. » (op. cit. p. 9)

La notion de problème dans les programmes de mathématiques français

Nous ferons plus particulièrement porter notre analyse sur les programmes de collège (élèves de 11 à 15 ans) depuis la fin de la période des « mathématiques modernes », ce qu'on a appelé la contre-réforme (même si nous citons quelques passages des programmes de lycée). Nous choisissons ce niveau car c'est là qu'a été introduite la démarche d'investigation, mais nous avons montré une évolution semblable dans les programmes de l'école primaire (Coppé et Houdement, 2010). Au lycée, d'autres évolutions qui visent les mêmes buts (permettre aux élèves de faire des essais, des recherches, ne pas proposer que des exercices de réinvestissement proches du savoir enseigné, mettre les mathématiques en lien avec les autres disciplines) ont eu lieu comme l'introduction des TPE Travaux Personnels Encadrés et la tentative de mettre en place une épreuve expérimentale de mathématiques au baccalauréat qui a finalement été abandonnée en 2010.

Programmes de 1968

Dans les programmes correspondant à ce qu'on a appelé la réforme des mathématiques modernes (arrêté du 29 juillet 1968 appliqué en 69 en classe de 6^{ème}, puis dans les autres classes les années suivantes) on peut noter qu'il n'y aucune indication sur les problèmes. A cette époque, les programmes sont très courts (de une à deux pages). Ils sont constitués de l'énoncé des notions mathématiques à enseigner sous forme de thèmes (par exemple « Relations »). Quelques pages désignées par « Instructions » précisent ces notions.

Programme de mars 1977 appliqué en septembre 1978 en classe de 6^{ème} (ce qu'on appelle « la contre réforme »)

On trouve un premier commentaire qui peut laisser penser que les auteurs des programmes veulent une rupture avec le formalisme et la construction axiomatique des notions qui avait cours pendant la période précédente.

« La théorie n'est pas un but en soi, mais un outil pour répondre à des questions que pose la vie : technologie, physique, économie. De ce point de vue l'analyse de situations et la résolution de problèmes jouent un rôle majeur. » (BO n°11 du 24 mars 1977, p. 30)

Ainsi, à partir de cette date, on peut voir apparaître deux idées que l'on retrouve depuis avec différentes formulations :

- les mathématiques sont un outil pour répondre à des questions qui se posent, par exemple, dans d'autres disciplines ;
- il y a un lien fort entre apprentissage des mathématiques et résolution de problèmes sans que sa nature soit clairement explicitée.

Enfin, on peut noter que la rédaction des programmes évolue, puisque le nombre de pages d'introduction ou de commentaires augmente de façon significative. Dans ces parties, on

trouve non seulement des instructions qui portent sur les notions à enseigner, mais aussi sur les finalités et objectifs des mathématiques et, des injonctions qui vont se préciser au fil du temps, sur les pratiques (désignées sous le terme « Organisation de l'enseignement »). Cependant ces programmes ne développent pas les modalités de ce nouveau fonctionnement souhaité.

Programme de 1981 appliqué en septembre 82 en classe de 2nde

Il apparaît le terme « activité de l'élève » qui sera toujours repris dans les programmes suivants.

«A la base de tout bon apprentissage, il y a le contact avec une pratique sensorielle et concrète, la stimulation de l'activité personnelle de l'élève, l'élaboration de moyens d'investigation aussitôt applicables au monde qui l'entoure. » (BO du 5 mars 1981, p. 1)

...

« La classe de mathématiques est, dans son rôle essentiel, un lieu de découverte, d'exploration de situations plus ou moins aisément maîtrisables, de réflexion sur des problèmes résolus. » (op.cit., p.1)

...

« L'activité mathématique ne s'identifie pas au déroulement d'une suite bien ordonnée de théorèmes. Il importe que toute introduction d'une notion ou d'un théorème soit précédée de l'étude d'une situation assez riche pour en attester l'intérêt et qu'elle soit suivie immédiatement d'applications substantielles. » (op.cit., p. 1)

On pointe une certaine tension entre ce qui est appelé page 2, un « exposé artificiel de logique mathématique » et les activités et problèmes. Cependant, à ce moment-là, il semble que ceux-ci interviennent surtout en entraînement ou en réinvestissement. Le programme affirme qu'ils doivent être nombreux et souligne l'importance du travail à la maison.

En 1984, dans un bilan du programme appliqué depuis trois ans en classe de 2nde (élèves de 15-16 ans), les auteurs déplorent le trop grand nombre d'exposés théoriques ou synthétiques et l'abus d'exercices mal définis, c'est-à-dire soit abordables mais coupés de tout contexte et trop techniques ou trop difficiles. Par cela, ils demandent une diversification des activités mathématiques proposées aux élèves et invitent les enseignants à changer leurs pratiques sur ce qu'on peut appeler le cours magistral.

Programmes de 1985

Il est réaffirmé que le questionnement et la résolution de problèmes permettent de donner du sens aux notions enseignées.

« Il est essentiel que les connaissances prennent du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose. Il est tout aussi essentiel qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes. » (BO n° 44 du 12 décembre 1985)

Mais surtout, un changement important intervient puisqu'une nouvelle place est assignée aux problèmes puisqu'ils peuvent (doivent) être proposés pour introduire des notions.

« L'activité de chaque élève doit être privilégiée, sans délaisser l'objectif d'acquisitions communes. Dès lors, seront choisies des situations créant un problème dont la solution fera

intervenir des “outils“, c’est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d’aboutir à la découverte ou à l’assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour de nouveaux “outils“, qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.

Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n’exiger que les connaissances solidement acquises par tous;
- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures;
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Elles nécessitent une synthèse, brève, qui porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu. » (op.cit., p. 20)

A partir de cette date, la citation suivante sera reprise dans chacun des programmes qui vont suivre.

On peut voir là des influences des recherches en didactique des mathématiques comme la théorie des situations de Brousseau, 1986 et la dialectique outil/objet (Douady, 1986). Ces recherches sont faites avec une hypothèse constructiviste dans laquelle la notion de problème est fondamentale, ainsi que les processus d’assimilation et d’accommodation.

« *Dans la didactique moderne, l’enseignement est la dévolution à l’élève d’une situation adidactique, correcte, l’apprentissage est une adaptation à cette situation.* » [...]

« ***Le maître doit effectuer, non la communication d’une connaissance, mais la dévolution d’un bon problème*** » Brousseau, 1998.

Brousseau indique que le professeur doit permettre à l’élève de rencontrer la connaissance visée en résolvant un (des) problème(s) dans lesquels cette connaissance constitue un moyen optimal de résolution sans que le professeur montre à l’élève comment il faut faire.

Il y a donc une injonction institutionnelle forte à proposer ce que les manuels appelleront des « activités d’introduction ou de découverte ». Les problèmes proposés dans ces activités doivent posséder les caractéristiques suivantes : permettre d’élaborer des conjectures (ainsi, on ne demande pas une seule réponse tout de suite, l’élève doit chercher, faire des essais, contrôler, revenir en arrière, etc), de faire fonctionner les connaissances visées comme des outils et donner des moyens de contrôle aux élèves.

Programmes de 1995

Dans la continuité, ces programmes fixent à l’enseignement des mathématiques le but de développer la formation du citoyen. Des liens sont faits avec ce qui est enseigné à l’école primaire et avec les autres disciplines, apparaît le terme de « démarche scientifique ».

« Il est également important de souligner le sens, l’intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...) et en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...). » (arrêté du 22 novembre 1995, p. 18)

Enfin, ce ne sont plus les problèmes qui sont caractérisés mais l’activité mathématique dans son ensemble.

« Au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen.

À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique :

- identifier un problème,
- conjecturer un résultat,
- expérimenter sur des exemples,
- bâtir une argumentation,
- mettre en forme une solution,
- contrôler les résultats obtenus et évaluer leur pertinence en fonction du problème étudié. » (op.cit., p. 15)

Les critères visent à favoriser la mise en activité des élèves sur des tâches qui ne consistent plus en l'application de règles ou de techniques, mais qui doivent permettre la recherche et le questionnement des élèves. On encourage encore une fois les conjectures, l'expérimentation et les vérifications. Il faut bien distinguer le terme « expérimentation » de celui « d'expérience » qui est réservée aux autres sciences. Il nous semble que c'est là un point important qui était cité dans le rapport Rocard.

On peut aussi faire l'hypothèse que le développement des outils informatiques, calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, tableurs favorise des changements dans l'activité mathématique puisque ceux-ci permettent de faire des essais multiples, de conjecturer à partir de cas « limites », de faire des calculs rapidement, de dépasser des problèmes techniques, etc.

Telle quelle est décrite, l'activité mathématique semble particulièrement linéaire et inductive. Or on sait bien que les étapes ne se réalisent pas forcément dans cet ordre. Par exemple, l'expérimentation sur des exemples peut avoir lieu pour trouver une conjecture ou pour la vérifier, des contrôles sont faits à toutes les étapes, mais ce ne sont pas les mêmes. Enfin la place des savoirs anciens ou nouveaux n'est pas envisagée. On peut donc penser que pour mettre en œuvre une telle démarche, l'enseignant devra avoir une réflexion épistémologique importante.

Enfin, on ne donne toujours pas d'indications aux professeurs pour mettre en œuvre cette démarche dans la classe en termes d'organisation de la classe, de rapports au savoir des élèves, de prise en compte des erreurs, de la place de l'évaluation, etc.

Programmes de 2005, 2007 et 2008 (les réformes se succèdent mais les changements sont mineurs)

Les auteurs proposent une « Introduction générale pour le collège » concernant les mathématiques dans laquelle il y a une tentative de mise en cohérence des enseignements à la fois sur finalités, les contenus et sur des points essentiels qui concernent les apprentissages mathématiques et leur enseignement. Ainsi, le point intitulé « Une place centrale pour la résolution de problèmes » reprend les paragraphes déjà cités ci-dessus pour les programmes de 85 et 95 et est complété par :

« Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite

initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles. L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul. » (BO HS n°5 du 9 septembre 2004, p. 2)

De plus, ces programmes mettent l'accent sur la pluridisciplinarité.

« À l'issue de ses études au collège, l'élève doit s'être construit une première représentation globale et cohérente du monde dans lequel il vit. Il doit pouvoir apporter des éléments de réponse simples mais cohérents aux questions : « Comment est constitué le monde dans lequel je vis ? », « Quelle y est ma place ? », « Quelles sont les responsabilités individuelles et collectives ? ». » (BO HS n° 5 du 25 août 2005, p. 4)

Pour favoriser les rencontres entre les disciplines, les auteurs des programmes ont rédigé une « Introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques » dans laquelle sont introduits, d'une part les Thèmes de convergence qui doivent être traités par plusieurs professeurs d'une même classe (par exemple, l'énergie, l'environnement, le développement durable, etc) et d'autre part, la démarche d'investigation.

Celle-ci est présentée comme une démarche d'apprentissage basée sur la mise en questionnement et en activité des élèves, avec cependant des différences épistémologiques suivant les disciplines :

- pour les mathématiques, la résolution de problèmes et la validation par la démonstration,
- pour les sciences, la formulation d'hypothèses et la validation par l'expérimentation.

Cependant, on ne fait pas référence à la place du modèle et de la modélisation, même si cette démarche de modélisation est sous-jacente dans la validation qui ne peut se faire que par l'intermédiaire d'un modèle.

« La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre. » (op.cit., p. 6)

Mais elle se présente aussi comme une démarche d'enseignement qui est décrite par sept phases (nous ne citons que les phases, le texte intégral sur la démarche d'investigation est en annexe) .

1. Choix d'une situation-problème par le professeur, à partir de l'analyse des savoirs visés, des objectifs à atteindre, des acquis initiaux, des conceptions des élèves ;
2. Appropriation du problème par l'élève, reformulation, émergence d'éléments de solution suscitant le questionnement ;
3. Formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles, élaboration d'expériences pour tester ces hypothèses et conjectures, communication de conjectures, hypothèses et protocoles expérimentaux ;
4. Investigation ou résolution du problème conduite par les élèves par des débats en groupe, par une description/réalisation de l'expérience, exploitation de méthodes et résultats, recherche d'éléments de justification et de preuve ;

- 5.Échange argumenté autour des propositions élaborées par la confrontation des propositions, le débat sur leur validité ;
- 6.Acquisition et structuration des connaissances par la mise en évidence, avec l'enseignant, de nouveaux éléments de savoir ;
- 7.Opérationnalisation des connaissances par des exercices pour automatiser certaines procédures, nouveaux problèmes de réinvestissement, évaluation.

De nouveau cette démarche est présentée comme relativement inductive : on ne fait aucune référence à la place du modèle et de la modélisation, ni à la place et au rôle des savoirs, ce qui nous semble être des points à expliciter plus largement.

On retrouve dans ces étapes des éléments que nous avons cités pour la résolution de problèmes comme le choix d'un problème qui favorise des procédures de recherche ou d'expérimentation, les moyens de contrôle. Mais le discours est beaucoup plus explicite sur les méthodes didactiques et pédagogiques que les professeurs devront mettre en œuvre dans les classes pour favoriser la démarche d'investigation. Ainsi, l'étape 1 indique que des choix sont à faire lors de la préparation des séances en fonction des conceptions initiales des élèves. Les étapes 4 et 5 mettent l'accent sur les interactions nécessaires entre élèves. Enfin, on décrit bien une démarche d'enseignement complète avec des phases de découverte, d'introduction mais aussi d'institutionnalisation des savoirs et de réinvestissement.

On a donc ici à la fois une démarche d'apprentissage pour les élèves et une démarche d'enseignement pour les professeurs qui englobe tous les aspects d'une dynamique entre savoirs anciens et nouveaux.

Conclusion

Dans cette étude, nous avons montré qu'à travers les différents changements de programmes de mathématiques depuis un peu plus de trente ans, se dessinait une évolution de la place et de la fonction des mathématiques dans l'enseignement mais aussi une évolution dans les pratiques des professeurs.

Ainsi, nous avons mis en évidence une évolution dans les finalités de l'enseignement des mathématiques 1978. On perçoit une volonté des auteurs de programme de faire entrer les mathématiques dans la société. Ainsi il est fait explicitement référence au lien avec le monde réel à la formation du citoyen depuis 1995. De plus les liens avec les autres disciplines et les enseignements précédents sont affirmés.

Une autre évolution concerne la place et l'importance de la résolution de problèmes : au début pour donner du sens aux notions, surtout en réinvestissement, pour faire fonctionner les connaissances mathématiques, puis participant à la construction des concepts, comme introduction.

Enfin les injonctions à changer les pratiques deviennent plus explicites et plus précises afin de passer d'enseignement basé sur des exposés magistraux des notions mathématiques dans un ordre logique à la mise en activité des élèves par la résolution de problèmes pour favoriser les apprentissages. On insiste sur la dynamique d'apprentissage : outil/objet/ nouvel outil.

Depuis 2005 on a introduit la « démarche d'investigation » avec un schéma d'application et des phases. Même si on perçoit tout de même une certaine gêne des auteurs entre démarche d'investigation et résolution de problèmes, à cause d'origines épistémologiques différentes, on tend bien vers des mêmes buts : rendre l'enseignement des sciences plus vivant, plus actif et plus motivant et faire évoluer les responsabilités des professeurs et des élèves face aux savoirs.

Bibliographie

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol 7/2. Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.

Brousseau, G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques (1970-1990)*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*. 7/2, 5-31. Grenoble : La Pensée sauvage.

Coppé, S & Houdement, C. (2010). Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. Actes du colloque de COPIRELEM, Auch, juin 2009.

Linn, M. C., Davis, E. A. et Bell, P. (2004). Internet environments for science education. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Rocard, M., Cesrmley, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Herniksson, H., Hemmo, V. (2007). Science education NOW: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe. Retrieved March 2010, from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf.

Les textes officiels

Bulletin Officiel de la République française n°11 du 24 mars 1977

Bulletin Officiel de la République française du 5 mars 1981

Bulletin Officiel de la République française n° 44 du 12 décembre 1985

Arrêté du 22 novembre 1995

Bulletin Officiel de la République française Hors Série n°5 du 9 septembre 2004

Bulletin Officiel de la République française Hors Série n° 5 du 25 août 2005