

## ETUDE DE L'UTILISATION D'UN REPERTOIRE PERSONNEL DE CONNAISSANCES LORS DES EVALUATIONS EN MATHÉMATIQUES EN CLASSE DE SECONDE

**Philippe LE GUEN**

**Résumé.** Cet atelier a pour objectif de présenter une étude sur l'utilisation d'un répertoire personnel de connaissances construit par l'élève pour les évaluations (Le Guen, 2018). A partir de la présentation de quelques fiches créées par les élèves et en s'appuyant sur la Théorie des Situations didactiques (Brousseau, 1988) et la Théorie Anthropologique de la Didactique (Chevallard, 2003) nous croisons le regard du didacticien et du pédagogue pour étudier l'apport d'une telle fiche pour l'apprentissage, pour l'évaluation.

### **Introduction**

Cet atelier s'est déroulé en quatre temps, une présentation de l'étude, l'analyse de quatre antisèches par les participants, une présentation des cadres théoriques et pour terminer la présentation détaillée d'une antisèche légale construite par un élève. Nous suivons dans cette présentation le même déroulé chronologique. Le temps imparti pour l'atelier ne permettant pas l'étude détaillée de toutes les antisèches, nous avons choisi d'étudier plus spécifiquement celle de Killian. L'analyse détaillée à la fois de son antisèche et des entretiens entre Killian et le professeur nous permettent d'expliquer le glissement didactique observé, à savoir, un déséquilibre contrat didactique-milieu. Elle permet également de mettre en exergue un fonctionnement de l'élève lors des apprentissages, recopier des mathématiques et non investir le milieu.

### **Présentation de l'étude**

#### *Contexte*

L'étude, faite dans le cadre d'un Travail d'Etude et de Recherche de Master 1 de Recherche en Didactique, se déroule dans une classe de 27 élèves de seconde générale d'un lycée breton d'enseignement général entre les mois de septembre 2017 et mars 2018. L'observation se fait en mathématiques et l'enseignement y est dispensé par un seul professeur sur les heures de mathématiques. Les élèves bénéficient également d'un accompagnement personnalisé (AP) en mathématiques à raison d'une heure par semaine, dispensé par différents professeurs de mathématiques de l'établissement. Les résultats scolaires, à l'issue des deux premiers trimestres, mettent en évidence que sur les onze classes de seconde de l'établissement, la classe étudiée obtient les moyennes générales trimestrielles les plus faibles, toutes matières confondues. Le chercheur de cette étude est également le professeur de la classe. Il enseigne depuis 22 ans dont 17 en collège. Il a participé à plusieurs expérimentations sur l'évaluation non chiffrée et a travaillé sur les notions de compétences et situations complexes lorsqu'il enseignait au collège. Il enseigne depuis 5 ans en lycée, dont en classe de seconde générale.

#### *Antisèche légale*

Pour chaque évaluation, les élèves réalisent une fiche d'aide personnelle appelée par le professeur antisèche légale (Brilleaud, 2015). L'enseignant n'a pas de regard sur sa construction, elle est externalisée. Elle est rendue par l'élève avec sa copie à la fin du devoir. L'antisèche est

liée à un seul devoir surveillé, il doit impérativement en construire une nouvelle à chaque évaluation. Jusqu'à l'évaluation 3, la construction d'une antisèche n'est pas obligatoire. Il n'existe pas de restriction particulière quant au contenu présent sur l'antisèche.

### ***Méthodologie et données recueillies***

L'étude est basée sur les observations des travaux des 27 élèves de cette classe de seconde : antisèches légales et devoirs sur tables des cinq premières évaluations. Ces observations sont complétées par des entretiens individuels entre le professeur/chercheur et six élèves de la classes. Les différentes questions de ces entretiens portent sur l'antisèche légale, sa création, les éléments y figurant et son utilisation par l'élève. Les analyses de cette étude sont faites à partir de l'évaluation 3 et des antisèches construites par les élèves. Les transcriptions des entretiens réalisés entre le professeur/chercheur et deux élèves permettent d'éclairer les productions de ces deux élèves. Pour cet atelier nous avons présenté quatre antisèches. Nous nous sommes cependant appuyés sur l'antisèche et les entretiens avec un élève en particulier, Killian (antisèche numérotée C).

### **Etude de quatre antisèches légales, le regard du professeur : éléments positifs et aide aux apprentissages ?**

La seconde partie de l'atelier fut consacrée à l'étude des quatre antisèches construites par les élèves pour la troisième évaluation par les participants à l'atelier. Le contenu évalué lors de ce devoir concernait la notion de fonction (généralités, images et antécédents ainsi que la résolution graphique d'équations et inéquations) et la notion de vecteurs (égalité de vecteurs, coordonnées de vecteurs et quadrilatères). Pour l'étude de ces quatre documents deux questions sont posées aux participants de l'atelier. A partir de l'étude de ces quatre antisèches légales, est-il possible d'extraire des éléments positifs ou négatifs sur son utilisation en devoir surveillé ? Cette antisèche, une fois créée par l'élève, peut-elle être une aide aux apprentissages ?

L'observation de ces antisèches met en évidence deux structurations différentes de cette fiche d'aide. Sur deux d'entre elles les notions sont compartimentées alors que sur les deux autres elles sont présentées de manière plus linéaire sans distinction d'ordre ou d'importance. Aucun élève n'introduit les notions par un titre. Quelque soit l'antisèche il est difficile de déterminer la logique de l'élève lors de sa construction. L'antisèche D est même très déstructurée et sa lecture est difficile. Détaillons les éléments mathématiques présents sur ces fiches. Toutes répertorient les nouvelles notions introduites en classe de seconde, les vecteurs, les coordonnées du milieu d'un segment et les ensembles de nombres. Les connaissances sur les ensembles de nombres n'ont pas de liens directs avec les autres notions et leur présence sur cette fiche d'aide peut-être questionnée. Diverses connaissances complètent ces notions, des propriétés sur les quadrilatères (B, C et D) ; les notions d'inférieur et supérieur (A). Enfin, sur deux antisèches on retrouve soit des exemples d'application des notions (D), soit la correction d'exercices (C et D).

Cet échantillon d'antisèches montre, Ce n'est cependant pas le cas de tous les élèves de la classe, certains d'entre eux n'en ayant pas réalisée.

Ces premières observations mettent en évidence l'investissement de l'élève, une volonté de bien faire et de respecter les consignes données par l'enseignant. Pourtant trier, puis structurer les notions vues en classe reste une étape difficile. La présence de nombreuses formules laissent envisager un côté rassurant pour l'élève permettant de palier un oubli. Dans quelle mesure, cependant, la construction de cette fiche d'aide permet-elle à l'élève de modifier son rapport aux savoirs ? Dans la suite de l'atelier nous avons tenté de répondre à cette question issue de

notre TER. Auparavant, détaillons les deux cadres théoriques sur lesquels nous nous sommes appuyés.

### **Éléments théoriques, apports du didacticien**

Avant d'analyser ces antisèches à partir d'éléments de didactique, revenons sur les deux cadres théoriques que sont la Théorie des Situations Didactiques (TSD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD).

#### *Théorie des situations didactiques*

Dans le modèle de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1988), la connaissance apparaît dans les stratégies et les changements de stratégies de l'apprenant. La connaissance y est vue comme un moyen de prendre une décision, de choisir une action. Face à un problème à résoudre, l'élève doit choisir une stratégie, prendre une initiative. Cette prise de décision, provient soit de résultats enseignés, appris et intégrés, soit résulte d'une découverte provenant d'une réflexion, du hasard, ou d'informations extérieures. Dès lors qu'une connaissance ne joue plus le rôle « d'outil pour » mais est un « objet d'étude » elle devient savoir. Un concept est « outil », s'il est utile à la résolution d'un problème (Douady, 1992). Tant que le concept est en cours d'élaboration, l'outil est implicite, alors qu'il est explicite « lorsqu'il correspond à une mise en œuvre intentionnelle pour résoudre un problème ». Une notion mathématique, suivant la situation proposée, est donc vue comme une connaissance ou comme un savoir. Toutefois, pour qu'il y ait apprentissage, l'enseignant doit permettre à l'élève de mobiliser ses compétences (association de connaissances et savoirs en TSD) au travers de situations didactiques. Son objectif est de confronter l'élève au « milieu », système antagoniste à l'élève qui agit sur ce dernier mais sur lequel l'élève peut également agir pour faire émerger la connaissance, notamment dans des situations a-didactiques. L'élève par son action sur le milieu va développer de nouvelles connaissances qui seront ensuite institutionnalisées par l'enseignant. Brousseau (2010) classe les interactions d'un actant avec le milieu suivant :

- des actions : l'apprenant s'approprie la situation et cherche à y répondre grâce à ses compétences ou en construisant de nouvelles connaissances, ses actions modifient le milieu ;
- des formulations : l'apprenant communique en langage naturel ou formel pour lui-même ou un tiers ;
- des validations : l'apprenant argumente, justifie pour appuyer ou contredire des opinions.

Dans le cas d'une évaluation, bien que le milieu n'ait pas vocation à faire découvrir de nouvelles notions, la situation comporte les trois composantes précédentes, actions, formulations et validations. L'élève doit s'approprier la situation et y répondre à partir de ses connaissances. Les formulations et validations qu'il produit sont les traces qui permettent à l'enseignant de contrôler la prise d'initiative de l'élève et son degré de maîtrise. Les rapports spécifiques entre l'enseignant et l'élève sont conditionnés par des règles implicites ou explicites, le « contrat didactique ». L'enseignant attend de l'apprenant que le respect des règles lui permette d'apprendre alors que l'élève attend de l'enseignant que ce dernier lui enseigne. Différents types de contrats sont envisagés par Brousseau (1995) pour expliquer la mise en place d'un apprentissage. Quelle est la position de l'évaluation ? De quel type de contrat dépend-t-elle ? Sans entrer dans le descriptif de tous les contrats définis par Brousseau, nous pouvons en retenir trois. En premier lieu, la maïeutique socratique. L'enseignant construit la situation d'évaluation pour que l'élève mette en œuvre ses connaissances en puisant dans son répertoire personnel. Ce

répertoire a été construit en amont de l'évaluation à partir du savoir institutionnalisé. Le second que nous retenons est le contrat de reproduction formelle par lequel l'élève s'engage à répondre à la question posée à condition qu'elle soit complètement réductible au répertoire qu'il possède. Enfin, de par le contrat épistémologique, l'élève a toutes les informations nécessaires à disposition et doit montrer à l'enseignant qu'il sait les exploiter. Complétons ces trois contrats par la structuration du contrat didactique proposée par Perrin-Glorian (2003) en quatre composantes : le disciplinaire (les mathématiques), le statut didactique du savoir (degré de familiarité du savoir et niveau de structuration du contrat), la nature et la caractéristique de la situation (l'évaluation ici) et la répartition des responsabilités entre l'enseignant et l'élève. Ces composantes complètent logiquement le positionnement de la situation d'évaluation dans le contrat didactique. L'évaluation est disciplinaire et demande un degré maîtrise du savoir en jeu. L'élève s'attend à être interrogé sur un savoir spécifique mais ancien qui a été institutionnalisé par l'enseignant et se doit de répondre aux questions posées.

### ***L'antisèche légale, le contrat et le milieu***

L'appropriation d'un savoir passe par de nombreuses formes différentes, mises en œuvre par l'enseignant lors de la mésogénèse, apprendre par cœur, travailler à partir de situations didactiques, a-didactiques, répétitions... Ce travail didactique permet à l'élève de construire et de mémoriser lors de la chronogénèse des connaissances. A l'élève ensuite de réinvestir, d'adapter ces, et ses connaissances aux différents milieux qui lui seront proposés, notamment lors des évaluations. Tout cet apprentissage permet à l'élève de construire un répertoire personnel de connaissances qui est mémorisé, intériorisé. La mémoire occupe donc une place importante dans la maîtrise des savoirs. Matheron (2001), montre qu'elle se décompose en trois : la mémoire du savoir qui est celle de l'institution, la mémoire ostensive et la mémoire pratique. Nous nous intéressons ici, aux mémoires ostensives, liées à « ce qui se montre », et pratiques, « celle du rapport personnel » au savoir. Au travers de l'évaluation, l'élève doit montrer ce qu'il sait d'un objet de savoir. Nous nous plaçons, ensuite, dans le cadre d'une évaluation sommative, chiffrée de 0 à 20. Nous entendons par sommatif, le cumul des connaissances institutionnalisées lors de la chronogénèse. Pour chaque évaluation, l'élève peut être interrogé sur toutes les connaissances vues depuis le début de l'année et non sur les connaissances introduites lors du dernier chapitre étudié. Pour nous, le milieu est celui défini par Brousseau (1988). Le schéma Figure 1, que nous avons adapté (Perrin-Glorian, 2003) donne

une représentation du système didactique considéré, à savoir l'évaluation. Il met en relation le milieu, une antisèche légale, le savoir, le sujet et le professeur.

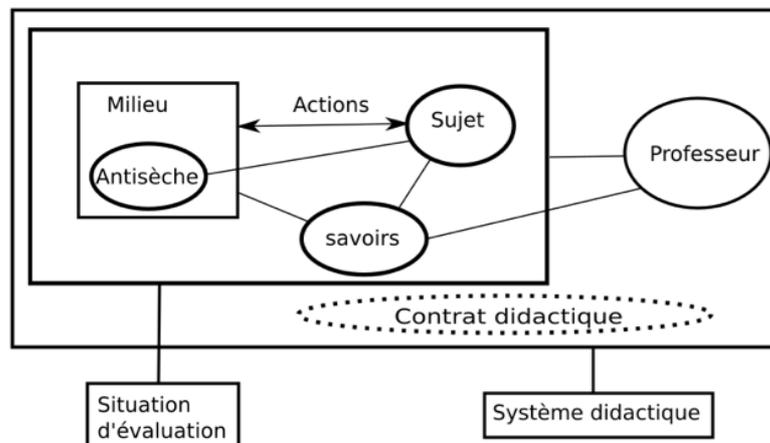


Figure 1 - Reprise du schéma du système didactique de Brousseau incluant l'antisèche légale, adaptation de Perrin-Glorian (2003)

La situation d'évaluation est organisée par l'enseignant à des fins de validation de la maîtrise d'un savoir par le sujet. Le professeur est absent de la situation d'évaluation mais reste présent dans le système didactique puisqu'il valide, *a posteriori*, la réponse du sujet. La situation d'évaluation ne permet généralement pas de rétro-actions. Nous avons cependant gardé le terme « actions », avec une double flèche, signifiant que le sujet agit en fonction du milieu. Les actions du sujet avec le milieu engendrent l'utilisation d'une technique qui sera ensuite validée par le professeur. Chaque élève peut réaliser pour les évaluations une antisèche légale contenant les connaissances qu'il désire. A lui d'organiser son recueil de connaissances, de choisir et synthétiser les notions importantes, d'adopter une sémiose personnelle et compréhensible. Cet aide-mémoire, constitué au maximum d'une feuille A4 recto, est éphémère car l'élève doit le reconstruire pour chaque évaluation. Au fur et à mesure de l'année, la fiche d'aide doit donc être modifiée, à l'élève de choisir les connaissances y figurant. L'élève par la construction de son antisèche légale participe donc à l'aménagement du milieu mais contribue aussi à l'évolution du contrat. Certaines connaissances disparaissent de l'antisèche, pour apparaître dans le contrat, et notamment dans la composante qui relève du domaine mathématique (Perrin-Glorian, 2003). La répartition des responsabilités entre le professeur et l'élève, 4e composante du contrat (*ibid*), est prégnante. L'enseignant dévolue à l'élève la construction de l'antisèche, puis la légitime comme appartenant au milieu, puisqu'elle est présente lors de l'évaluation. Bien qu'elle soit propriété de l'élève, elle peut être contrôlée par l'enseignant comme le souligne Brilleaud (2015) :

Il est important de laisser l'élève libre de mentionner ou non certains points de méthode. C'est son « antisèche », sa manière de s'approprier les méthodes. Il ne s'agit donc pas de corriger systématiquement la fiche personnelle de chaque élève mais de mettre en relation les erreurs commises dans le devoir et la trace écrite sur l'antisèche. Cette étude détaillée des fiches par l'enseignant reste bien évidemment une possibilité qui ne peut être utilisée de manière systématique avec tous les devoirs.

Introduire un répertoire de connaissances dans le milieu change le contrat didactique et provoque une rupture de contrat nécessaire à tout apprentissage (Brousseau, 1998). Pourtant, le premier écueil auquel on s'attend concerne sa non opérationnalité. L'élève peut juger non utile la mise en situation de la connaissance et envisager comme non utile le travail sur la technique.

Le répertoire construit par l'élève est alors assimilé à un dictionnaire dans lequel l'élève y fait figurer une succession de définitions et propriétés non liées à un milieu. Dans ce cas, l'aide mémoire, accentuerait un travers de beaucoup d'élèves arrivant en seconde, à savoir lire des mathématiques et non pratiquer ou s'exercer.

### ***La Théorie Anthropologique de la Didactique***

La TAD étudie le système (savoir/enseignant/apprenant) dans une institution donnée (Chevallard, 1985) et montre que pour être enseigné, le savoir savant doit être transposé en savoir à enseigner, puis en savoir enseigné. Le savoir y est abordé par la notion de praxéologie, le *praxis*, la pratique et le *logos*, le discours sur la pratique. Pour qu'il y ait action d'un apprenant, il est nécessaire de commencer par définir une tâche. Une façon de « réaliser » cette tâche, une manière de faire est appelée une « technique ». L'association d'une tâche et d'une technique est un savoir-faire (Chevallard, 1998). La « technologie » assure que la technique utilisée permette de réaliser la tâche demandée, il s'agit de la connaissance. Enfin la « théorie » permet de justifier une technologie. En TAD, le savoir se trouve être l'association technologie et théorie alors que la praxéologie regroupe tâche, technique, technologie et théorie. La mise en place d'une praxéologie se fait par la manipulation d'objets. Dans toute activité mathématique nous distinguons deux types d'objets, ceux qui ont une certaine matérialité, les ostensifs et ceux qui font référence aux concepts, aux idées les non-ostensifs (Chevallard, 1999). L'évocation des non-ostensifs ne peut se faire que par la manipulation d'ostensifs. On distingue cinq catégories d'ostensifs, les ostensifs matériels (objets), les ostensifs gestuels, les ostensifs discursifs (mots et discours), les ostensifs graphiques et les ostensifs scripturaux (écritures et formalismes). L'antisèche légale contient, a priori, des ostensifs, discursifs, graphiques ou scripturaux, provenant des connaissances institutionnalisées. Cela ne garantit cependant pas son opérationnalité. L'élève doit connaître les techniques et technologies associées aux savoirs en jeu. L'antisèche légale peut alors avoir plusieurs fonctions, la première concerne l'aide à la mémorisation. La seconde est liée à l'application d'une technique, comme par exemple l'application directe d'une formule et la troisième à la mise en œuvre d'un raisonnement. Dans le cas de l'application d'une technique, l'antisèche joue le rôle de mémorisation d'une information. Il suffit d'adapter l'écrit de l'antisèche au milieu par un simple transfert de situation. La technique à mettre en œuvre est directement induite par l'antisèche. La connaissance est une connaissance pratique, qui s'acquiert par la répétition d'une routine. La formule véhicule un sens, car elle a déjà été travaillée, par exemple, calculer les coordonnées du milieu d'un segment. Ici, c'est la maîtrise d'une technique, au sens d'appliquer une formule qui prime. Dans le cas de raisonnements à mener, l'aide apportée par l'antisèche est plus difficile à mesurer. Comment mesurer l'impact sur le raisonnement mis en œuvre à partir d'une sémiologie donnée? Nous nous plaçons ici sur le champ du raisonnement déductif. Il est nécessaire de maîtriser, d'une part, les différents connecteurs logiques (et, ou, donc, or ...) et d'autre part, d'avoir un répertoire de connaissances suffisant, principalement des propriétés qui induisent des techniques et des technologies adaptées. Dans ce cas, la connaissance est associée à une prise de décision au sens de Brousseau (1988). L'information doit véhiculer suffisamment de sens pour prendre une décision, mettre en œuvre une technique ou une technologie. La praxéologie participe à la construction du savoir. Construire le savoir se fait par la confrontation à un milieu. La mésogénèse, constitution du milieu, participe à cette construction. La gestion du temps pendant lequel se construit un savoir, la chronogénèse, est de la responsabilité de l'enseignant. Sa position dans la topogénèse, place par rapport aux savoirs, lui permet de gérer mésogénèse et chronogénèse dans une institution donnée (Chevallard, 1985).

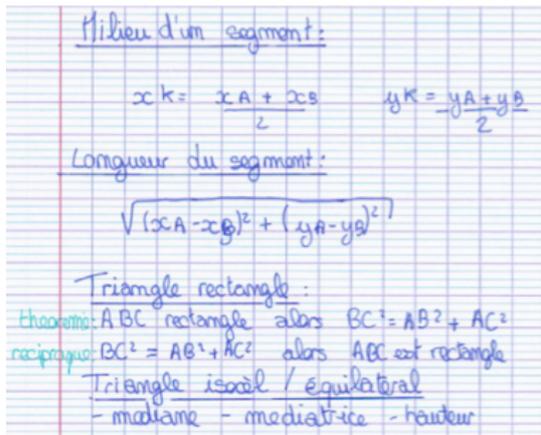


Figure 2 : Antisèche structurée

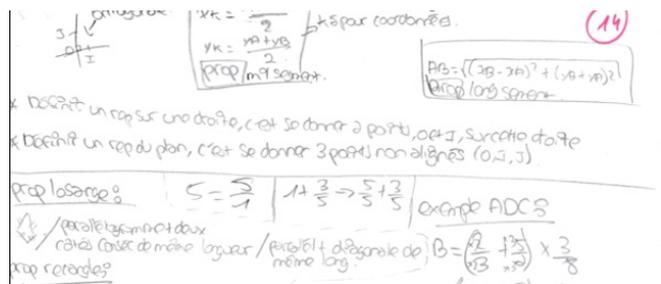


Figure 3 : Antisèche peu structurée

### Analyse didactique des antisèches des élèves de la classe

L'échantillon d'antisèches présentées lors de l'atelier est représentatif de ce que l'on observe sur la plupart des fiches d'aide réalisées par les élèves. L'investissement dans la réalisation de l'antisèche est très disparate. Le temps passé à la réaliser également. Cela va de la copie entière de la leçon à une seule formule. Elles ont cependant toutes été créées par recopie des notions institutionnalisées lors du cours du professeur. Comme nous l'avons vu précédemment, la forme varie suivant les élèves, notamment pour la manière de noter les connaissances. Nous trouvons des antisèches très bien structurées dans la forme, Figure 2 et d'autres très confuses, Figure 3. La volonté de noter un maximum d'information y est évidente. Malgré ces différences, une certaine uniformité se dégage de ces antisèches.

Pourquoi les élèves ont-ils recopié le cours du professeur ? Il ne peut en être autrement à ce stade du développement cognitif de l'élève. L'élève est en position topogénique basse. Les connaissances institutionnalisées sont les seules références de l'élève, son seul rapport au savoir, même si un travail sur la technique a été réalisé en classe. L'œuvre, au sens de Chevallard, n'a pas été suffisamment travaillée. Bien qu'ils aient en majorité réalisé leur antisèche le week-end précédant le devoir, à distance de l'introduction des connaissances, le temps de l'objet interdit l'expertise de l'élève (Chevallard, 1991). La chronogénèse ne permet pas à l'élève de se positionner en expert. Un élève, Killian (antisèche C et Figure 4), écrit même la solution rédigée d'un exercice donné au devoir sur table précédent. Ces constatations posent quelques questions sur la réalisation de l'antisèche. Quels choix l'élève fait-il lors de la réalisation de son antisèche ? Se base-t-il sur les dernières notions abordées, ou sur celles qu'il maîtrise le moins ? L'antisèche légale lui permet-elle d'investir le milieu ?

### Etude clinique, cas de Killian

Pour répondre à ces questions étayons nos observations par les entretiens menés avec Killian. Ces entretiens, réalisés par l'enseignant-chercheur, permettent de mieux cerner l'appropriation de l'antisèche légale par l'élève. Notre choix s'est porté sur Killian pour deux raisons principales. C'est un élève sérieux, scolaire, dont l'investissement est révélateur d'une volonté de réussir son année de seconde bien que ses résultats soient moyens. Ensuite, l'apparition du corrigé d'un exercice de devoir sur son antisèche pose question.

### *Antisèche de Killian, , entre contrat et milieu*

L'épisode 1, ci-dessous, permet de comprendre l'importance du contrat et le déséquilibre contrat-milieu que peut engendrer la réalisation d'une antisèche légale.

<b>Episode 1 : Entretien Killian, extrait du transcript</b>		
0	P	Je vais te poser quelques questions d'ordre général pour commencer et après on reviendra sur ta fiche. Première chose, lorsque j'avais parlé la première fois des antisèches légales
1	K	Oui
2	P	A quoi as-tu pensé?
3	K	Ben que les contrôles seraient plus faciles avec des réponses sur les côtés enfin des formules tout ça ça serait plus facile
4	P	Et après le devoir est-ce que t' avais la même idée ? Est-ce que tu pensais toujours la même chose ? Que c'était plus facile ?
5	K	Non parce que on sait pas quoi not ... enfin si, on sait quoi noter mais on sait pas si quand moi je note j'ai l'impression que je vais me souvenir que je n'ai pas besoin de noter en fait il faut que je note tout quoi
6	P	Ça veut dire noter tout ... ? Qu'est-ce que tu entends par noter tout ?
7	K	Enfin ce qui est plus le important dans tout le chapitre. Les formules les définitions.
8	P	Comment tu fais pour savoir ce qui est important dans le chapitre ?
9	K	Ben ++ on le répète quoi du coup. Si on le répète ce sera dans le contrôle du coup il faut le savoir c'est important.
10	P	Quand tu me dis on le répète ...
11	K	Par exemple dans les exercices si il y a deux exercices souvent, il y a deux trucs enfin c'est souvent il faut faire les mêmes choses du coup c'est souvent ça qu'il y a dans les contrôles.

Pour analyser ces échanges, entre Killian et le professeur, nous nous appuyons sur les quatre composantes du contrat définies par Perrin-Glorian (2003), complétées par le degré de maîtrise de l'élève.

#### *Tours de parole 0 à 3 :*

Le professeur introduit l'entretien de manière générale en revenant sur l'impression première de l'élève après l'explication du fonctionnement de l'année pour les évaluations. Le professeur se place dans le contexte du contrat et de sa modification. Quel sentiment cela a-t-il suscité chez Killian ? Pour Killian les contrôles seraient plus faciles avec des réponses. La nature du contrat, « contrôles », apparaît en premier, il s'agit d'une évaluation. Son objectif est de limiter l'écart entre ce qu'il va produire et ce qui est attendu par l'enseignant. Il pense, tout en restant dans la légitimité liée à la répartition des responsabilités du contrat, se faciliter la tâche grâce à l'antisèche, au moins sur un exercice (mésocontrat).

#### *Tours de parole 4 et 5*

L'enseignant cherche à savoir si son idée perdure après les deux premières évaluations. Ce n'est pas plus facile avec l'antisèche, car « on ne sait pas quoi not »...er. Killian ne termine pas sa phrase, et se reprend, « si on sait quoi noter ». Il ne peut pas avouer que l'antisèche peut ne pas

être utile. Le professeur permet de créer une antisèche, responsabilise l'élève lors de sa création. Ce dernier peut y inscrire ce qu'il désire. Il se doit de réussir le devoir par la nature du contrat et le partage des responsabilités entre lui et l'enseignant. Killian bascule alors sur le statut didactique du savoir, son degré de maîtrise des notions, « quand moi je note j'ai l'impression que je vais me souvenir... il faut que je note tout ». On trouve ici l'incertitude de l'élève. Toutefois, la nature du contrat semble lui permettre de réduire cette incertitude en l'autorisant à noter ce qu'il désire. L'antisèche va lui permettre de ne pas oublier. Le contrat envahit le milieu.

*Tours de parole 6 et 7*

Noter tout, reste trop vague pour le professeur, il désire en savoir davantage. Killian revient sur la nature du contrat, « ce qui est le plus important dans tout le chapitre ». Le milieu apparaît très furtivement avec le « ce » et « chapitre ». Toutefois il bascule à nouveau dans le contrat, à savoir les formules et définitions à connaître, ainsi que le degré de maîtrise. La construction du milieu est imposée par le professeur. En effet, mésogénèse et chronogénèse sont imposées à l'élève. Ce dernier ne retient qu'une partie du contrat, ce qui lui semble important, à savoir les formules et les définitions. On en revient à la nature du contrat liée à l'évaluation, ainsi qu'au degré de maîtrise.

*Tours de parole 7 et 8*

Le professeur cherche à savoir comment Killian détermine ce qui est important. Avec cette question, il place l'élève en position topogénique haute. Tous les éléments du contrat apparaissent dans la réponse de Killian et jamais le milieu. « On répète » (cité deux fois), degré de familiarité avec le savoir, « ce sera dans le contrôle », nature du contrat, « il faut le savoir », répartition des responsabilités et degré de maîtrise. Dans ce « il faut le savoir » on retrouve la question qui est au cœur de tout apprentissage, comment apprendre, construire son savoir ? Quel est mon rapport au savoir, ce que Chevallard (1991) note  $R(x,O)$  ? Nous pouvons observer que par cette réponse, l'objectif de l'enseignant, construire le milieu, s'oppose à l'« adultisme » de l'élève décrit par Chevallard. Il est entièrement dans le contrat. Ceci est confirmé par la dernière réplique de cet épisode.

*Tours de parole 10 et 11*

L'enseignant cherche à comprendre ce que Killian entend par « répéter ». La réponse de Killian montre de manière évidente la non fonctionnalité de l'antisèche à mettre en place un apprentissage. L'insistance et la répétition du professeur sur certaines tâches, lors de la mésogénèse, font partie du travail de la technique. Cette répétition fait comprendre à l'élève que ces tâches sont importantes, mais l'introduction d'une antisèche n'incite pas l'élève à travailler l'oeuvre, la praxéologie associée. La modification du contrat m'autorise à ne pas investir la question mais à la contourner dans la légitimité tout en respectant le partage des responsabilités. Face à la déconcertation cognitive (*Ibid*), l'élève choisit la certitude cognitive en recopiant la correction d'un exercice comme le confirme la suite de l'entretien, épisode 2.

<b>Episode 2 : entretien Kilian, extrait de transcrit</b>		
60	P	D'accord ... alors ici pourquoi est-ce que tu as écrit euh tout ça ... enfin ça là ... montrons que à ABCD est un parallélogramme.
61	K	J'ai mis ça.
62	P	Dans le quadrilatère ABCD, K est le milieu de na-na-na ...

1. Montrons que ABCD est un parallélogramme.  
 Dans le quadrilatère ABED, K milieu de [AC] [EB] est un /  
 quad dont les diag se coupent en leur milieu est un para.  
 2. Montrons que ABED est un los.  
 Le para ABED à les segments [AG] [CB] de m<sup>ême</sup> long (ABC iso en A)  
 Or un para dont 2 cotés conséq sont égaux est un losange. Donc.

Figure 4 - Antisèche de Killian, recopie de la correction d'un exercice

Episode 2 : entretien Kilian, extrait de transcrit		
63	K	C'était si ben par exemple fallait justifier ben par exemple qu'un qu'un qu'une figure est un parallélogramme. J'ai mis ça là comme justificatif.
64	P	Où est-ce que tu as pris ça ? Enfin, qu'est-ce qui t'as ? Pourquoi tu ... enfin comment tu as fait pour écrire tout ça ?
65	K	J'ai appris de l'ancien contrôle qu'on avait fait.
66	K	D'accord ça c'était la correction par rapport à un exercice qu'il y avait dans un autre devoir.
67		Oui.
68	P	Crois-tu que ça, ça puisse te servir ?
69	K	Ben oui souvent ben là dans les deux contrôles, on avait eu trois contrôles et dans les deux contrôles eu y avait eu ça deux fois à faire et les deux fois j'avais pas eu bon du coup là ça m'a servi.

#### Tours de parole 60 à 63

L'enseignant revient sur l'antisèche de Killian et particulièrement sur la recopie de la justification, Figure 4. Il recentre l'entretien sur la construction du milieu et cherche à comprendre pourquoi Killian a recopié cette justification sans qu'il y ait de connexion avec un milieu particulier. Cette justification est décontextualisée. Il s'agit d'un ostensif scriptural, dénué de sens. Il a tellement peu de sens que Killian ne peut justifier son écrit. Il répond simplement « j'ai mis ça ». Devant l'insistance du professeur, Killian explique que cela peut être utile. Il se

place alors sur le domaine du savoir et du degré de maîtrise et reprend « j'ai mis ça là comme justificatif ».

#### *Tours de parole 64 et 65*

Là où l'enseignant attendait une utilisation cohérente de l'antisèche, il découvre un biais du contrat didactique, déjà évoqué précédemment. Il est déstabilisé et ne comprend pas comment cette pseudo-justification se retrouve sur l'antisèche. Il n'arrive pas à formuler correctement la question suivante (tdp 64). Il cherche à savoir s'il y a de la part de l'élève une démarche d'apprentissage, construction du milieu « comment tu as fait » ou si le contrat didactique domine complètement le milieu « où est-ce que tu as pris ça ». Killian ne répond pas « j'ai pris ça » mais « j'ai appris de l'ancien contrôle ». Il n'explique pas comment il a fait mais dit qu'il a appris. Pour lui recopier c'est apprendre. Killian cherche à montrer à l'enseignant qu'il respecte le contrat didactique, il apprend à partir du contrôle précédent. Il justifie la construction du milieu par le contrat didactique.

#### *Tours de parole 66 à 69*

L'enseignant cherche à déterminer le degré d'apprentissage de Killian « crois-tu que ça, ça puisse te servir » (tdp 68). Au lieu de répondre en terme de construction du milieu et de transposition, Killian revient sur le contrat et le degré de maîtrise, « dans les deux contrôles on avait eu ça à faire » et « les deux fois j'avais pas eu bon » (tdp 69). La recopie textuelle de la correction de l'évaluation précédente se justifie chez Killian car c'est un « problème didactiquement mort, véhiculé par le rapport institutionnel à l'objet » (Chevallard, 1991), un problème qui a été résolu. Nous savons que les savoirs disparaissent s'ils ne sont pas mobilisés (Mercier, 2004), qu'ils s'affaiblissent avec le temps. L'élève ne peut pas noter sur sa fiche toutes les connaissances abordées. Il a un choix à faire. Le bon sens voudrait qu'il y inscrive ce qu'il maîtrise le moins. Toutefois, les séquences didactiques précédant l'évaluation introduisent un biais dans le choix de l'élève. L'enseignant insiste généralement sur une notion lorsqu'elle est importante et construit les contenus d'apprentissage par l'étude de situations de référence. Pour l'élève la situation travaillée en classe et la technologie liée sont donc importantes, elles prennent le statut particulier de situation-repère, de modèle. Le contrat didactique met en évidence ce comportement de l'élève qui ne répond pas naturellement mais en imaginant, anticipant la réponse attendue. L'élève, bien qu'il se sente libre de noter ce que bon lui semble, est bloqué par le contrat didactique. La création de l'antisèche ne se fait plus dans l'optique d'un apprentissage donné mais par effet de rentabilité et peut engendrer des blocages cognitifs. De plus, on trouve sur la plupart des antisèches des connaissances de type « magistrales » de l'exposé de l'oeuvre introduite par l'enseignant, qui ne permettent pas de réduire l'écart entre  $x$  et  $O$  (Chevallard, 2011). Tout réside dans la capacité de l'élève à organiser son antisèche et à lui donner une fonction de support à la mémoire ainsi qu'une aide au raisonnement.

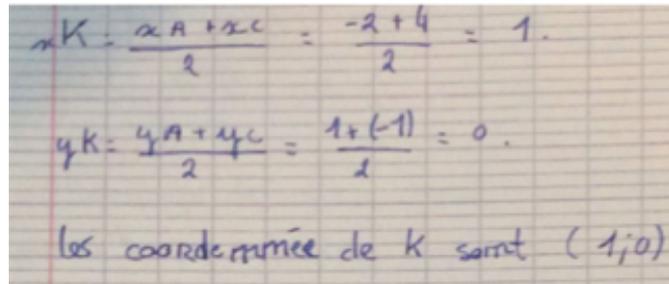
#### ***Antisèche de Killian, entre sens et technique***

Nous avons vu que la construction d'antisèches se faisait pour la plupart des élèves par la recopie du cours institutionnalisé. L'élève ne peut pas inventer le savoir, au mieux il peut l'adapter. Peut-on envisager que l'antisèche légale puisse jouer un rôle dans la construction du savoir ? Peut-elle lier milieu et praxéologie ? Commençons par détailler les différents types d'objets présents sur l'antisèche de Killian. Elle contient deux types d'ostensifs (Chevallard, 1999). Des ostensifs pour faire, comme dans le cas d'applications directes d'une technique (calculer les coordonnées d'un milieu et calculer une longueur, Figure 5) et des ostensifs pour justifier (justifier qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré, Figure 6) ou démontrer.

### Des ostensifs pour faire

Les ostensifs sont des constituants des praxéologies mathématiques (Chevallard, 1999). Mettre en œuvre une praxéologie à partir d'ostensifs pour faire n'est pourtant pas toujours aisé.

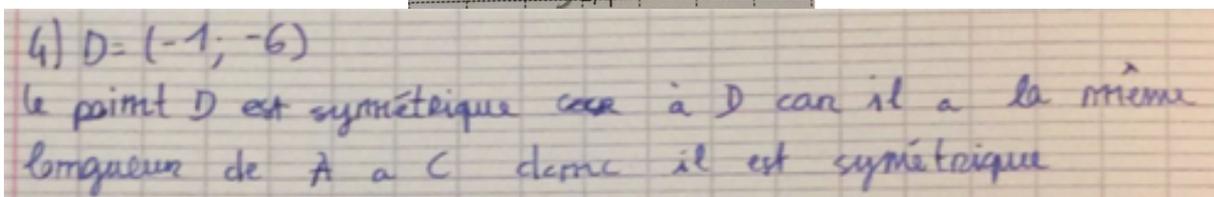
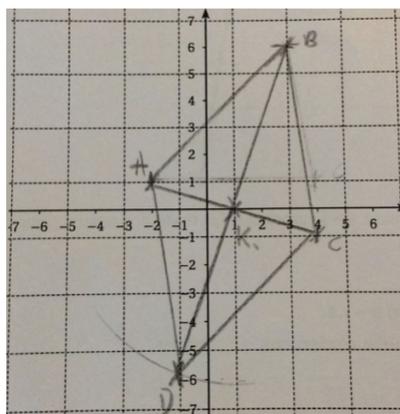
Killian calcule correctement les coordonnées du milieu d'un segment, Figure 5. Dans ce cas la


$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1.$$
$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4 + (-1)}{2} = 0.$$

les coordonnées de K sont (1,0)

Figure 5 - Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

transposition de la formule présente sur l'antisèche suffit à répondre à la question. Il n'a pas de difficulté à lier le milieu et l'antisèche. L'utilisation de la technique est induite par l'antisèche. Killian se trouve en difficulté dès qu'il doit mobiliser un niveau de technique plus élevé. Il ne met pas en œuvre la technique experte attendue par l'enseignant, à savoir résoudre une équation (Figure 6). Il construit la figure et lit les coordonnées du point D. Il n'utilise pas le non-ostensif associé à la formule du milieu. La justification ne fait référence qu'à ce qu'il voit et non à ce qu'il sait. Il met en œuvre une méthode non experte en faisant appel à l'ostensif « figure » qu'il a construit lors du devoir. Il n'a pas lié le milieu et l'antisèche. Il n'investit pas le milieu mais



4)  $D = (-1; -6)$   
le point D est symétrique ~~avec~~ à D car il a la même longueur de A à C donc il est symétrique

Figure 6 - Déterminer les coordonnées du symétrique d'un point

par contrat se doit de donner une réponse. On retrouve le déséquilibre milieu-contrat.

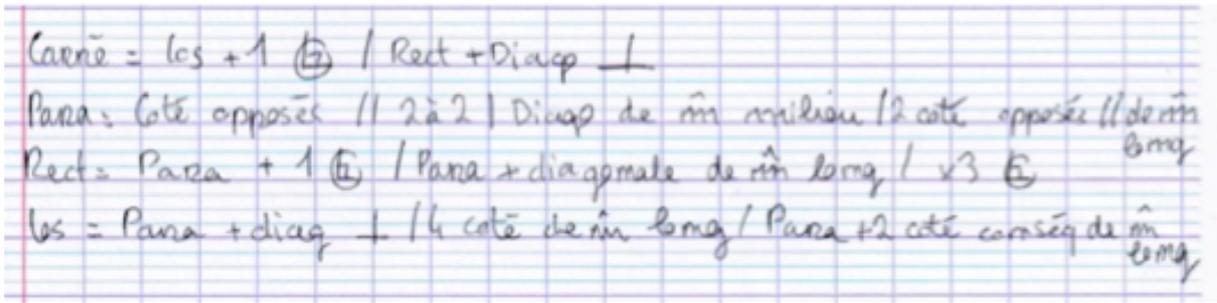


Figure 7 - Propriétés des quadrilatères, antisèche Killian

Les propriétés sur les quadrilatères ont été institutionnalisées par le professeur à l'aide d'une carte mentale. Beaucoup d'élèves transforment la sémiote de l'enseignant en une sémiote personnelle lors de la création de l'antisèche. Celle de Killian, Figure 7, illustre ce changement. Les phrases ne sont composées que d'abréviations et d'objets graphiques. Le signe utilisé permet de gagner de la place par souci d'économie mais doit garder son sens. Pour chaque quadrilatère, l'institutionnalisation des propriétés s'est faite avec au minimum 3 à 4 propriétés. Prenons le cas du parallélogramme. Depuis la classe de 5e, cinq propriétés ont été étudiées : trois propriétés sur les côtés opposés (parallélisme, longueur, parallélisme et longueur), une propriété sur les angles opposés et une propriété sur le milieu des diagonales. Toutes ces propriétés ont une réciproque ce qui en démultiplie le nombre. Rien que pour le parallélogramme, nous en sommes à 10. Les exprimer sous la forme de conditions nécessaires et suffisantes permet de les réduire au nombre de 5. Killian, les réduit à une seule ligne. Elles ne sont pas toutes explicitées, un choix a été fait. Il n'a gardé que celles qui ont été utilisées lors des exercices faits en classe ou qui ont un lien avec la géométrie repérée. Il a exclu les propriétés mettant en œuvre les techniques liées aux angles. Cette simplification s'accompagne d'une réduction du sens, les conditions de nécessités et de suffisances disparaissent. Les ostensifs discursifs sont remplacés par des ostensifs scripturaux. Il faut donc que l'élève reconstruise le discours à partir de la sémiote, qu'il le relie au milieu auquel il est confronté lors des évaluations. Ces ostensifs doivent permettre de faire apparaître les aspects conceptuels (Chevallard, 1999), donc les non-ostensifs associés, à condition qu'il reformule correctement la propriété.

Pour déterminer la fonctionnalité des ostensifs présents sur l'antisèche de Killian pour démontrer, analysons l'épisode 3, extrait de l'entretien avec Killian.

Episode 3 : Entretien Killian, extrait du transcript		
40	P	Alors je vais reprendre ton antisèche ... Elle est assez bien structurée. C'est bien ... bien décomposé. Je voudrais que tu m'expliques ce que tu as écrit ici tu vois c'est marqué carré égal
41	K	Là, j'avais mis toutes les propriétés du carré
42	P	Alors explique moi, comment, qu'est-ce que ça veut dire ça le tout premier, j'arrive pas moi à comprendre ça
43	K	Et ben c'est, j'ai mis, comme sur le cours on avait mis tous les, c'était en petits carrés j'ai mis un carré, c'est un losange plus un angle droit.
44	P	D'accord. Donc ça ça veut dire losange.
45	K	Oui

Episode 3 : Entretien Killian, extrait du transcript		
46	P	Et ça ça veut dire angle droit.
47	K	Oui
48	P	Donc un carré c'est un losange ...
49	K	Plus un angle droit et un rectangle plus une diagonale perpendiculaire.
50	P	D'accord alors comment tu utilises ça ?
51	K	Euh ?...
52	P	Tu dois justifier qu'une figure est un carré.
53	K	Ben je re ... je reprends la propriété.
54	P	Alors, c'est-à-dire ? Vas y.
55	K	Ben, je dis par exemple, ben un carré, c'est euh, un carré c'est un losange qui a un angle qui a un angle droit et un rectangle qui a des diagonales perpendiculaires.
56	P	Donc en fait tu vas, tu vas utiliser les deux ?
57	K	Euh ?...
58	P	Dans ... dans le devoir ?
59	K	Euh ? ben oui !

Tour de parole 40, l'enseignant cherche à déterminer le sens de la sémiotique utilisée par Killian en prenant comme exemple la ligne concernant le carré. Il y est écrit « carré = los + 1 (cercle contenant le codage d'un angle droit) | Rect + Diago (symbole orthogonal) ». Killian répond (tdp 41) qu'il s'agit de toutes les propriétés sur les carrés. Le professeur ne comprend pas les signes et abréviations utilisés. Il demande à Killian davantage d'explications. Killian fait référence au cours (tdp 43) et justifie les signes utilisés. Ils ont été institutionnalisés. Le signe est donc un « déjà là » (Sensevy, 2011), c'est une référence commune que nous devons tous comprendre. Dans la réponse de Killian apparaît ce que Sensevy (2011) nomme le « voir comme ». L'élève commence par voir comme le professeur, utilise la sémiotique du professeur, puis l'adapte, puisqu'il abrège le mot losange. Pour lui « los » suffit. Dans cette association d'ostensif discursif et d'ostensif graphique, apparaît une reconnaissance de forme qui devrait déboucher sur un sens, une technique induite par le non-ostensif qui en découle par co-activation. C'est ce passage qui pose des difficultés à Killian, ce qui est confirmé par la suite de l'entretien et la réponse qu'il donne lors du devoir. Killian reconnaît la symbolique utilisée. Lorsque le professeur (tdp 48) commence par définir le carré « c'est un losange », il termine « plus un angle droit » et rajoute « un rectangle plus une diagonale perpendiculaire ». La difficulté survient lorsqu'il doit expliquer l'utilisation de ces propriétés (tdp 50). Elle est de deux ordres. Tout d'abord, la question de l'enseignant est entièrement dé-contextualisée. Il ne peut prendre appui sur aucun milieu. L'enseignant s'en rend compte et précise (tdp 52) « tu dois justifier qu'une figure est un carré ». Mais cette remarque n'est pas plus utile, le milieu n'est pas plus présent. Il ne peut pas développer de technique sans milieu. Il se réfugie alors dans le contrat (tdp 53), « je reprends la propriété ». Killian est en position topogénique basse, la référence à la propriété est rassurante, pour lui une propriété ça sert à justifier. Il reprend ce

qu'il connaît, la référence commune aux signes et cite les deux propriétés qu'il avait transcrites sur son antisèche et traduit la sémiose adoptée en langage. Il n'a pas entièrement tort en citant les deux propriétés, il aurait même pu en citer d'autres. Sans référence à un milieu donné il n'est pas possible de mettre en œuvre de méthodes particulières. La seule erreur qu'il ait faite est d'utiliser la conjonction « et » au lieu de « ou ». Mais c'est là toute la différence pour l'enseignant qui conforte inconsciemment Killian dans son erreur (tdp 56), « donc tu vas utiliser les deux ? ». Le fait que l'enseignant soit l'interlocuteur de Killian lors de l'entretien influence les réponses de l'élève. Sa position haute dans la topogénèse induit la réponse de l'élève qui hésite avant de répondre (tdp 59) « Euh, ben oui ».

Cet entretien permet de comprendre que la sémiose utilisée sur l'antisèche est dé-contextualisée, qu'elle doit être réappropriée par l'élève en fonction du milieu, que la technique à mettre en œuvre dépendra du milieu. La difficulté est donc de pouvoir activer les bons non-ostensifs, en fonction du milieu, à l'aide des ostensifs notés sur l'antisèche. La connaissance des ostensifs n'assure pas l'utilisation des bons non-ostensifs, n'assure pas une justification cohérente de la part de l'élève.

## **Conclusion**

L'analyse des antisèches montre peu d'erreurs dans les notions qui y sont présentes. Nous déplorons, en revanche, que la réalisation de l'antisèche reste un exercice supplémentaire pour la majorité des élèves. Trop peu d'initiatives sont prises par les élèves pour qu'elle soit un réel apport pour l'apprentissage. Proposer à l'élève d'écrire « tout ce qu'il désire » sur son antisèche est insuffisant. L'élève se retrouve en situation instable, pris entre le contrat qui change, et un milieu qu'il ne connaît pas ou insuffisamment. La consigne donnée par l'enseignant doit être plus précise. Se pose ici la possibilité d'institutionnaliser l'antisèche. En outre, la difficulté principale reste l'exploitation de la sémiose inscrite sur la fiche que l'élève a construite. Il peut s'en servir correctement pour l'application d'une technique, mais peut être en difficulté dès lors qu'il s'agit de mener un raisonnement.

L'utilisation d'une antisèche légale lors des évaluations permet toutefois à l'élève de se décharger de l'aspect mémorisation. Pourtant peu d'élèves s'y réfèrent. C'est un moyen de se rassurer. Tout est-il alors joué d'avance ? Le degré de maîtrise joue un rôle important dans la compréhension de l'outil antisèche, que ce soit pour sa construction ou son utilisation. Ensuite, introduire une antisèche lors d'une évaluation rompt le contrat didactique initial et n'engage pas naturellement l'élève dans la construction cohérente de l'antisèche. Il pense que l'antisèche peut le décharger de la mémorisation, mais également du travail sur la technique. Son manque d'expertise le déplace trop dans le contrat, il en oublie le milieu. Ce glissement didactique, qui induit un déséquilibre contrat-milieu, peut même être source de blocage cognitif. Il assoit l'élève dans une situation rassurante au lieu de l'inciter à faire, à développer de bonnes techniques. Il faut donc veiller à ce que l'élève ne fasse pas semblant d'apprendre (Sensevy, 2011) et que l'on se retrouve face à une genèse artificielle du savoir (Mercier, 2002). Malgré tout, une construction cohérente de l'antisèche peut déboucher sur une appropriation satisfaisante des connaissances. L'élève construit sa sémiose à partir de celle de l'enseignant. Dès lors, il lui est possible de la réinvestir et de mettre en œuvre des techniques associées. Même s'il est difficile de mesurer l'impact de l'antisèche dans la mise en œuvre des techniques, cela confirme qu'un savoir mathématique ne s'acquiert pas par le apprendre par cœur. Le choix méthodologique de laisser l'enseignant extérieur à la création de l'antisèche fut volontaire. Nous pensons que le travail sur la technique et l'institutionnalisation peuvent permettre à l'élève d'adopter une sémiose plus efficace. N'oublions pas non plus, qu'à terme, l'antisèche doit s'effacer au profit de la connaissance intégrée. Faut-il pour autant institutionnaliser l'antisèche ? Un travail didactique peut en améliorer l'efficacité tout en laissant l'élève libre de la structurer à sa façon.

Ce travail demande donc à être poursuivi et approfondi avec comme objectif par exemple l'étude de l'économie et de l'écologie du didactique dans ce cas de construction d'une antisèche légale. Nous faisons l'hypothèse qu'un accompagnement de l'élève dans l'élaboration de son antisèche doit lui permettre de progresser en mathématiques. Les différentes formes d'aide envisagées pourraient être : le tutorat par les élèves les plus performants, l'accompagnement personnalisé des élèves les plus en difficulté par le professeur ou un travail coopératif par petits groupes. L'antisèche légale pourrait alors être vue comme un outil d'aide à la différenciation.

## Références bibliographiques

- BRILLEAUD, M (2015). *Antisèches légales*. PLOT APMEP, (51):8-11.
- BROUSSEAU, G (1995). *L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. Actes de la 8e Ecole d'été de Didactique des Mathématiques 1995 - Saint-Sauves d'Auvergne*.
- BROUSSEAU, G (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- BROUSSEAU, G (2010). *L'observation des situations didactiques*. (Diaporama 6).
- CHEVALLARD, Y (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La pensée sauvage.
- CHEVALLARD, Y (1991). *Sur la déconcertation cognitive*. Interactions didactiques, 12 : 27-51.
- CHEVALLARD, Y (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Actes du séminaire de l'Associazione Mathesis, Turino. p190-200.
- CHEVALLARD, Y (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*. Actes de l'UE de la Rochelle, p 91-118
- CHEVALLARD, Y (1999). *Sensibilité aux ostensifs*. Recherche en didactique des mathématiques, 19(1) : 77-124.
- CHEVALLARD, Y (2003). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*.
- CHEVALLARD, Y (2011). *Didactique fondamentale*. Cours de Master 1ère année.
- DOUADY, R (1992). *Des rapports de la didactique des mathématiques à l'enseignement*. Repère Irem, 6 : 132-158.
- LE GUEN, P (2018). *Etude de l'utilisation d'un répertoire personnel de connaissances lors des évaluations en mathématiques en classe de seconde. Antisèche légale, entre contrat et milieu, entre sens et technique*. TER master 1, ESPE de Quimper, UBO.
- MATHERON, (2001). *Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire*. Recherches en didactique des mathématiques, 21(3) : 207-246.
- MERCIER, A (2002). *La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique en maths*. Revue française de pédagogie 141 : 135-177.
- MERCIER, A et BUTY, C (2004). *Évaluer et comprendre les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves : problématiques et méthodes en didactique des mathématiques et des sciences*. Revue française de pédagogie 148 : 47 - 59.
- PERRIN-GLORIAN, MJ et HERSANT, M (2003). *Évaluer et comprendre les effets de l'enseignement sur les apprentissages des élèves : problématiques et méthodes en didactique des mathématiques et des sciences*. Recherches en didactique des mathématiques 23(2) : 217-276.
- SENSEVY, G (2011). *Le sens du savoir*. Bruxelles : De Boeck.



$A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  K est le milieu de  $[AB]$   
 Ma K a pour coordonnées  
 $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$  ;  $y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$

Longueur segment :  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

---

Entiers naturels :  $\{0; 1; 2; \dots\}$   
 Entiers relatifs :  $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$   
 Rationnels ou fractionnaires :  $\left\{ \frac{p}{q} \text{ avec } q \in \mathbb{Z}; q \neq 0 \right\}$   
 Irrationnels pas d'écriture fractionnaire :  $\mathbb{D}, \mathbb{P}, \sqrt{2}, \dots$

$x < z$                        $>$   
 inférieur                      supérieur

---

Si  $\vec{AB} = \vec{DC}$  alors ABCD est un parallélogramme.  
 Si ABCD est un parallélogramme alors  $\vec{AB} = \vec{DC}$

$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  A  $(x_A; y_A)$  et B  $(x_B; y_B)$  2 points du plan.  
 Les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$  sont :

$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

---

• Si  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  sont égaux alors  $x = x'$   
 Si deux vecteurs sont égaux alors leurs coordonnées sont égales.

• Si pour 2 vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ,  $x = x'$  et  $y = y'$   
 alors  $\vec{u} = \vec{v}$

Factorisation :

$A = 14x - 8$	$A = -3x^2 + 12x$	$A = \sin(2x+1) + \sin(x+2)$
$= 2x(7x-4)$	$= 3x(-x+4)$	$= \sin(2x-1+x+2)$
		$= \sin(3x+1)$

## Antisèche A

- Si  $\vec{AB} = \vec{DC}$  alors ABCD est un parallélogramme.
- $\vec{AB} \neq \vec{BA}$

- Coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$

$$\hookrightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

On lit d'abord l'abscisse et ensuite l'ordonnée.

- Si pour 2 vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ,  $x = x'$  et  $y = y'$  alors  $\vec{u} = \vec{v}$
- Si 2 vecteurs sont égaux alors leurs coordonnées sont égales.

- Milieu segment  $\rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

Si K est le milieu de [AB]

- Longueur segment  $\rightarrow AB = \sqrt{|x_B - x_A|^2 + |y_B - y_A|^2}$   
pour [AB]

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$   $\rightarrow$  nombre entiers

$\mathbb{Z} = \{-1, 0, 1, \dots\}$   $\rightarrow$  nombre relatifs

$\mathbb{Q} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{3}{3}, \dots\}$   $\rightarrow$  rationnels

$\mathbb{R} = \{\pi, \sqrt{2}, \dots\}$   $\rightarrow$  irrationnels

- Rectangle  $\rightarrow$  parallélogramme + 1 angle droit  
 $\rightarrow$  diagonales de même longueur

Losange  $\rightarrow$  diagonales perpendiculaires

$\rightarrow$  2 côtés consécutifs de même longueur

Carré  $\rightarrow$  losange + 1 angle droit / 4 côtés de même longueur

Parallélogramme  $\rightarrow$  2 côtés opposés parallèles de même longueur  
 $\rightarrow$  diagonales de même milieu

Antisèche B

Si  $\vec{AB} = \vec{CD}$  alors ABCD est un parallélogramme (inversement)  
 $\vec{u} = \vec{OM}$  si  $M(x; y)$  alors  $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$   
 $\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Milieu d'un segment  $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$   $y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$   
 Longueur d'un segment  $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Carré = los + 1 ⊕ / Rect + Diag ⊥

Para: Côté opposés // 2 à 2 / Diag de même milieu / 2 côté opposés // de même long

Rect = Para + 1 ⊕ / Para + diagonale de même long /  $\sqrt{3}$  ⊕

los = Para + diag ⊥ / 4 côté de même long / Para + 2 côté conséq de même long

Entier naturel / relatif, National  $\mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{Q} \mathbb{R}$

1. Montrons que ABCD est un para.

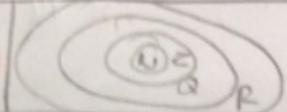
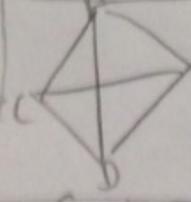
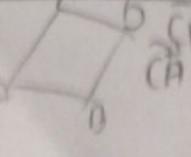
Dans le quadrilatère ABED, K milieu de [AC] [BD] or un quad dont les diag se coupe en leur milieu est un para

2. Montrons que ABED est un los

Le para ABED à les segments [AB] [CD] de même long (ABC iso en B)

Or un para dont 2 côté conséq sont égaux est un losange. Donc.

## Antisèche C

<p><math>\vec{AB}</math> = "vecteur AB"</p> <p><math>A = (x_A, y_A)</math> vecteur</p> <p><math>B = (x_B, y_B)</math> vecteur</p> <p><math>\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A}</math> (différence des vecteurs)</p> <p>Il peut être écrit par 2 lettres</p>	<p><b>Prop 19</b></p> <p>soit <math>\vec{AB} = r \cdot \vec{AB}</math> (si <math>r=1</math>)</p> <p>est un point et un vecteur.</p> <p><math>\vec{AB} \neq \vec{BA}</math></p> <p><math>N = 0, 1, 2, 3, \dots</math> <math>D = 4, 3, \dots</math></p> <p><math>Z = -3, -2, \dots, 3</math> <math>R = \pi, \sqrt{2}, \dots</math></p>	<p><b>Prop 28</b></p> <p><math>A(x_A, y_A)</math> et <math>B(x_B, y_B)</math> sont 2 points du plan. Les coord. du vecteur <math>\vec{AB}</math> sont <math>\vec{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)</math></p> <p><math>f(x)</math> est l'image de <math>x</math> par la fonction <math>f</math>.</p> <p><math>x</math> est l'ant de <math>f(x)</math></p>	<p><b>Prop 35</b></p> <p><math>\cos(\frac{\pi}{2}) = 0</math> et <math>\sin(\frac{\pi}{2}) = 1</math></p> <p>donc <math>\vec{v} = \vec{j}</math></p> 
<p><b>Rectangle</b> - (cat opposés / para d'égale même log / 3 angle droit)</p> <p><b>losange</b> - 4 côté même logeur / para + d'ég, para / para + deux côté consé de même logeur.</p> <p><b>carre</b> - 4 côté même logeur / rect + d'ég, para.</p> <p><b>para</b> - 8 angle opp de même mesure / d'ég, de même mil / 1 côté opp para et de même log /</p> <p><b>côté</b> opp para / 2oz.</p>			
<p><math>]a, b[ = a &lt; x &lt; b</math></p> <p><math>]a, b] = a \leq x &lt; b</math></p> <p><math>]a, -\infty[ = a &lt; x</math></p> <p><math>]a, -\infty] = a \leq x</math></p>	<p><b>exemple 3</b></p> <p><math>f(x) = -2x + 4</math></p> <p><math>f(-6) = -2 \cdot (-6) + 4</math></p> <p>Pour image de (-6)</p>	<p>pour l'antécédent de <math>f(x) = 2</math></p> <p><math>-2x + 4 = 2</math></p> <p><math>-2x + 4 - 4 = 2 - 4</math></p> <p><math>-2x = -2</math></p> <p><math>-\frac{2x}{-2} = \frac{-2}{-2}</math></p> <p><math>x = 1</math></p>	<p><math>f(x)</math></p> <p><math>(x-5) + (-\frac{2}{5}x+3)</math></p> <p><math>= (\frac{3x-2}{5})</math></p>
<p><math>x_k = \frac{x_A + x_D}{2}</math></p> <p><math>y_k = \frac{y_A + y_D}{2}</math></p> <p><math>-1,75 = \frac{1 + x_D}{2}</math></p> <p><math>0,15 = \frac{1 + y_D}{2}</math></p> <p><math>2 \cdot (-1,75) = 1 + x_D</math></p> <p><math>-3,5 = 1 + x_D</math></p>	<p><math>-3,5 - 1 = x_D</math></p> <p><math>x_D = -4,5</math></p> <p><math>2 \cdot 0,15 = 1 + y_D</math></p> <p><math>0,3 = 1 + y_D</math></p> <p><math>0,3 - 1 = y_D</math></p> <p><math>y_D = -0,7</math></p>	<p>def: A a pour image B dans la translation de vecteur <math>\vec{CD}</math></p> <p><math>\vec{AB}</math> est un représentant du vecteur <math>\vec{CD}</math>.</p> <p><math>\vec{CD} = \vec{AB}</math></p> <p><math>CA = DB</math></p> <p>donc ABCD est un parallélogramme</p>  	<p><math>\Rightarrow</math> extrêmes</p> <p><math>\leftarrow</math> extrêmes</p>

Antisèche D