

ETUDE COLLECTIVE DE LEÇON (ECL) : UNE EXPERIMENTATION EN FORMATION INITIALE DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES

Samuel VOISIN

Résumé.

De septembre 2018 à août 2018, l'ESPE de l'Académie de Caen, devenue INSPE Normandie Caen est partie prenante d'un partenariat ERASMUS +. Ce projet, nommé DICO+ vise à développer les dispositifs coopératifs innovants entre élèves à l'échelle européenne. Depuis lors, nous faisons vivre à nos professeurs stagiaires de mathématiques des Etudes Collectives de Leçons (Miyakawa & Winsløw, 2009), (Clerc & Martin, 2011), (Clivaz, 2015). Nous témoignons dans cet article de cette mise en abîme de la coopération.

En France, la formation des professeurs stagiaires de mathématiques en responsabilité en Collège ou en Lycée à mi-temps se fait au sein des Écoles Supérieures du Professorat et de l'Education (ESPE) devenues Instituts Nationaux Supérieurs du Professorat et de l'Education (INSPE) à la rentrée 2019. Les fonctionnaires stagiaires affectés en établissement à mi-temps en responsabilité suivent le reste du temps une formation leur permettant de valider leur master 2 quand cela est nécessaire ou leur permettant d'obtenir un diplôme universitaire pour ceux qui en sont dispensés.

Depuis la rentrée 2018, au sein de l'Université de Caen-Normandie, un collectif d'enseignants et enseignants chercheurs mène des actions dans le cadre du projet DICO+ porté par l'ESPE de Bretagne. Dans le cadre de la formation à la didactique des mathématiques et à l'analyse de pratique professionnelle, nous avons demandé aux professeurs stagiaires de mathématiques de mener un cycle complet d'Etude Collective de Leçon (ECL) en nous référant aux travaux de Miyakawa & Winsløw (2009), Clerc & Martin (2011) et Clivaz (2015).

1. Cadre institutionnel de nos expérimentations

1.1 *Projet DICO+*



Le projet DICO+ (Dispositifs Inclusifs de Coopération) a vu le jour à la rentrée 2018. C'est un projet qui vise à développer et améliorer les dispositifs coopératifs innovants entre élèves à l'échelle européenne, à destination des enseignants en formation initiale et continue. Il est centré sur l'élaboration et la mise en œuvre de ressources de formation aux pédagogies coopératives pour les enseignants. Les ressources de formation produites visent à spécifier les conditions optimales d'apprentissage coopératif. Pour ce faire, le projet se construit autour d'expérimentations/observations en classe à l'échelle nationale et de séminaires européens de synthèse de ces observations, afin de produire des ressources communes. Le projet produira des ressources de formation disponibles en ligne sur la plateforme. Il s'agit également d'évaluer l'effet de ces formations sur l'évolution des pratiques enseignantes.

Dans un premier temps, le consortium s'intéresse aux conditions de mise en œuvre des pratiques coopératives en classe par un panel d'enseignants dans les pays partenaires. Les classes de l'étude ont été composées d'élèves âgés de 8 à 13 ans.

Dans un second temps, le projet DICO+ se servira de ces expérimentations menées en classe dans différents contextes culturels pour créer des ressources de formation. Le projet

visé donc à construire des outils de formation mis à disposition sur une plateforme libre d'accès. Les ressources seront mises à la disposition des différentes communautés éducatives des pays européens.

Ce projet se décline sous la forme de trois IO (Intellectual Outputs). Le premier IO a pour objectif de créer et alimenter une plateforme en ligne mettant à disposition des vidéos de formation à la pratique de classe visant la coopération des élèves. L'objectif du deuxième IO est de créer des situations de référence filmées et montées. Le troisième IO a pour objectif d'élaborer des ressources didactiques et pédagogiques en proposant notamment des analyses des vidéos recueillies.

L'ESPE de Bretagne est le porteur de ce projet qui compte sept partenaires, des organismes de formation initiale et/ou continue de France, Roumanie, Hongrie, Pays Bas, Italie, Espagne et Lituanie. Pour chaque organisme partenaire, un coordonnateur a été désigné et un ou des groupes d'expérimentation et de suivi composés d'un ou deux formateurs au minimum, avec au moins un spécialiste des questions coopératives, et quatre étudiants ou enseignants stagiaires en formation ont été retenus pour ces expérimentations. Pour l'année universitaire 2018-2019, les différents partenaires ont mené des expérimentations dans des établissements scolaires au niveau national auprès d'élèves de 8 à 13 ans.

Dans le cadre du projet DICO+, au sein de l'Université de Caen-Normandie, nous avons réalisé la synthèse d'entretiens de professeurs qui mettent en œuvre dans leurs classes des pratiques coopératives entre élèves dans notre académie et dans les différents territoires de nos partenaires. Durant la première année de ce projet, nous avons également assuré la réalisation d'ECL pour des professeurs stagiaires des écoles (pour des élèves de 8 à 10 ans) et d'ECL pour des professeurs stagiaires en mathématiques (pour des élèves de 11 à 13 ans).

Les expérimentations coopératives entre élèves sont construites en suivant une démarche d'ECL. Cette démarche vise le développement professionnel des enseignants et l'intégration de nouveaux moyens d'enseignement. Pour conduire une ECL, un groupe se constitue, avec des enseignants (expérimentés ou non), accompagnés par un ou plusieurs formateurs-chercheurs spécialistes du problème. Le groupe se réunit pour étudier un problème et définir un objet d'enseignement / apprentissage ; analyser l'objet d'enseignement ; concevoir des enseignements et planifier une leçon de recherche qui sera implémentée par un membre, dans sa classe, sous l'observation des autres membres. Après cette leçon de recherche, les membres du groupe partagent leurs observations, analysent la leçon et proposent des améliorations. Si dans un troisième temps la situation d'enseignement / apprentissage est testée dans sa version modifiée, si possible avec la présence du collectif de stagiaires. C'est ainsi que le cycle de base peut être repris pour améliorer le dispositif d'enseignement / apprentissage. Au sein du projet DICO+, une ECL se termine par le partage des résultats, et la diffusion d'un plan détaillé de la leçon. A partir de ces principes, la démarche peut aisément subir des adaptations en fonction des problèmes traités et des contextes. La démarche de l'ECL nous (DICO+) apparaît comme une méthode très prometteuse pour concevoir, expérimenter et améliorer des dispositifs coopératifs entre élèves.

Il nous fallait une expérimentation avec quelques professeurs stagiaires en mathématiques. Nous avons souhaité proposer ce dispositif à toute la promotion des professeurs stagiaires en formation à l'ESPE de l'Académie de Caen.

Nous décrivons ci-après nos le lien que nous avons souhaité faire avec la formation initiale.

1.2 Formation initiale des professeurs de mathématiques : Académie de Caen



La promotion de fonctionnaires stagiaires en mathématiques affectés dans l'académie de Caen oscille entre 25 et 35 stagiaires selon les années. Cet effectif permet de placer les heures de formation pour le groupe au complet. Tous les stagiaires suivent les modules de formation relatifs à la didactique des mathématiques (50h annuelles) et à l'analyse de pratique professionnelle (50h annuelles) et ceci indépendamment de leur statut (étudiants en master 2 alternant ou détenteur d'un titre requis) et indépendamment de leur niveau de stage en responsabilité (Collège ou Lycée).

Depuis la création des ESPE devenues depuis lors INSPE, les maquettes de Master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation (MEEF) cadrent la formation initiale des étudiants/candidats au (CAPES) et cadrent les contenus de formation des lauréats des épreuves du Certificat d'Aptitude au Professorat de l'Enseignement du Second degré (CAPES). En didactique des mathématiques, la formation comporte un travail approfondi sur l'analyse épistémologique des contenus de savoirs de niveau Collège / Lycée qui permet aux étudiants d'analyser les obstacles épistémologiques et didactiques connus, de jouer avec les variables didactiques et d'appréhender les procédures régulièrement utilisées par les élèves dans la réalisation des tâches qui leur sont confiées.

Un autre pan de la formation est lui aussi finement questionné et étayé de cadres théoriques, il s'agit de l'analyse de pratique professionnelle. Lors de la formation dans ce domaine, nous traitons des problématiques de tâches prescrites et de tâches réelles, de mise en activité des élèves (Rogalski, 2003), de l'implication des élèves dans la tâche. Nous leur présentons également le cadre d'analyse développé par Bucheton et Soulé (2009) sur le multi-agenda, sur les postures enseignantes et les postures élèves. Ces cadres théoriques servent de base à l'évaluation de la réflexivité des professeurs stagiaires. L'analyse de l'activité enseignante et de l'activité élève en situation sont ainsi des capacités travaillées en formation.

Au vu de ces contenus de formation, nous attendons de nos étudiants qu'ils rédigent dans l'année des analyses *a priori* (Charnay, 2003) et des analyses *a posteriori* de situations d'enseignement / apprentissage. Ces écrits doivent témoigner d'une certaine réflexivité sur leur processus de professionnalisation. En effet, nous ne pouvons systématiser la demande de production d'analyses *a priori* et *a posteriori*. Il est donc nécessaire que les stagiaires puissent identifier les compétences¹ qu'ils mettent en œuvre lors de telles tâches.

1.3 ECL et formation initiale des professeurs de mathématiques



Durant l'année universitaire 2018-2019, les professeurs stagiaires de mathématiques de l'académie de Caen ont vécu un cycle complet d'ECL (Miyakawa & Winsløw, 2009), (Clerc & Martin, 2011), (Clivaz, 2015) sur le temps de la formation initiale avec des élèves d'établissements proches du lieu de formation et sans aucun lien avec aucun ces stagiaires. Nous avons constitué pour l'occasion un groupe avec les professeurs stagiaires en responsabilité en Collège. Ils avaient à disposition des classes de 6^{ème} (11 à 12 ans) et devaient leur proposer un travail collaboratif sans perturber la programmation des collègues. De même, nous avons constitué un groupe avec les professeurs stagiaires en responsabilité en

¹ Bulletin officiel MENSUR n°30 du 25 juillet 2013. Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation en France.

Lycée. Ils ont dû respecter ce cahier des charges en pensant également à la liaison 3^{ème} / 2^{nde}. Pour leur expérimentation, le groupe Lycée s'est vu confier une classe de 3^{ème} (14 à 15 ans). Ils devaient ensuite tester la situation d'enseignement / apprentissage retenue avec leurs classes de 2^{nde} (15 à 16 ans) en responsabilité.

Afin de respecter le périmètre des expérimentations souhaité dans le projet DICO+, ces situations d'enseignement / apprentissage doivent permettre aux élèves de coopérer. Les stagiaires des deux groupes ont placé la résolution de problème au cœur de l'activité des élèves pour ces sessions d'études collectives de leçons puisque dans ces situations d'enseignement / apprentissage la coopération entre élèves est possible voire souhaitable.

Les situations retenues par les stagiaires sont brièvement décrites et analysées dans cet article. Nous proposons également dans cet article une étude des compétences mises en œuvre par les professeurs stagiaires lors des différentes phases d'étude collective de leçon.

Clerc et Martin (2011) témoignent de la pertinence de l'utilisation en formation initiale d'ECL. Nous partageons ce sentiment et poursuivons cette pratique à l'INSPE Normandie-Caen. Pour l'année universitaire 2019-2020, quatre groupes d'ECL ont ainsi permis à nos professeurs stagiaires de mathématiques de mener dans des classes de 5^{ème} (12 à 13 ans), 3^{ème} (14 à 15 ans) et 2^{nde} (15 à 16 ans) des situations d'enseignement / apprentissage en mathématiques.

Avant de décrire dans une troisième partie les ECL et les situations retenues par les stagiaires, nous décrivons dans une deuxième partie ce que nous (DICO+) avons proposé comme description des situations collaboratives au sein du groupe DICO+.

2. Situations de coopération entre élèves

2.1. Les conditions de base pour un apprentissage coopératif effectif

Le travail entre partenaires au sein du projet DICO+ nous a permis de poser les conditions de base d'une leçon fondée sur l'apprentissage coopératif. Ces conditions sont empruntées pour partie à Kagan² psychologue clinicien américain qui étudie et promeut les organisations coopératives en classe. Voici donc les cinq conditions retenues au sein de ce projet constitutives d'une coopération entre élèves.

A. Interdépendance positive

La réalisation des objectifs d'apprentissage est conditionnée par la dépendance réciproque des élèves. Ils ne peuvent les atteindre sans travailler ensemble. Nous parlons d'interdépendance positive car collectivement nous obtenons un meilleur résultat que si chacun travaille pour son propre compte. L'enseignant veille à ce que les élèves ne puissent pas réaliser la tâche indépendamment les uns des autres.

En mathématiques, la réalisation de la tâche peut concerner la recherche d'une solution mais aussi la rédaction de la démarche de recherche ou encore le travail de présentation des résultats et d'argumentation.

B. Responsabilité individuelle

L'élève est responsable de sa propre contribution à la tâche et peut être personnellement évalué sur ce point. Le professeur s'assure que chaque élève est engagé dans différentes parties ou phases de l'activité. Ceci n'implique pas obligatoirement qu'il y ait morcellement

² https://www.kaganonline.com/free_articles/dr_spencer_kagan/

des tâches : l'implication des élèves peut varier en fréquence, en durée, en intensité, et en pertinence. Cela empêche les élèves de décrocher.

C. Interactions directes et simultanées

Le travail en groupe génère beaucoup d'interactions entre les élèves, qui échangent des idées et des informations entre eux. C'est de l'interaction simultanée, car elle a lieu dans plusieurs groupes en même temps. Par conséquent il y a beaucoup plus d'élèves qui prennent la parole que lors d'une leçon en groupe classe.

Pendant le travail coopératif, les tables et les chaises sont disposées de façon à favoriser les interactions entre pairs.

D. Compétences coopératives

L'enseignant porte une attention particulière au développement des compétences coopératives. Il évalue les compétences concernées. Il explicite les compétences concernées aux élèves. Les compétences coopératives peuvent être abordées selon deux modalités. Premièrement, en complément d'un objectif d'apprentissage, un objectif d'inclusion sociale peut également être fixé pour chaque tâche coopérative. Les élèves travaillent donc cette compétence coopérative dans le contexte fonctionnel d'une tâche coopérative. Deuxièmement, l'enseignant peut enseigner une compétence coopérative dans un cadre explicite, par exemple les jeux de rôles.

L'enseignant peut avoir cette attention en conclusion de la séance (par exemple, en prévision d'une situation similaire). Plus concrètement, dans une classe peu habituée à travailler de façon coopérative, une forme d'institutionnalisation sur certains aspects du travail en groupe à l'issue d'une situation de recherche donnée peut servir de levier pour "améliorer/enrichir" l'activité coopérative des élèves pour une situation proposée ultérieurement.

E. Evaluation du fonctionnement du groupe

Après le travail en commun, la coopération est évaluée, sous le contrôle de l'enseignant ou non. L'évaluation doit englober les objectifs d'apprentissage et les objectifs d'inclusion sociale.

Une fois ces conditions posées, nous (DICO+) avons mis en avant les éléments structurant d'une séance de classe à visée collaborative. Les professeurs stagiaires ont tâché de respecter ces conditions lors de séances avec les classes test.

2.2. Plusieurs éléments structurant l'élaboration d'une leçon à visée coopérative

Le développement de l'esprit d'équipe, de la culture commune de la classe, des connaissances, des capacités de réflexion, des compétences de communication et le développement du partage du savoir sont autant de points non nécessairement explicités aux élèves mais qui structurent selon nous (DICO+) l'élaboration d'une leçon visant la coopération entre élèves.

La compétence « communiquer » est travaillée en mathématiques. Une explicitation par l'enseignant des attendus permet aux élèves de s'organiser collectivement pour rendre compte de leur démarche.

Pour la méthodologie d'élaboration d'une telle séance, l'enseignant (1) décide de la marche à suivre, (2) explicite la tâche et le caractère coopératif de la séance, (3) pilote la séance et (4) évalue le résultat selon une approche réflexive.

Pour chaque leçon l'enseignant doit (1) formuler des objectifs, (2) déterminer la taille et la composition du groupe, (3) choisir une méthode pour répartir les élèves en petits groupes, (4) déterminer les rôles de chaque membre du groupe, (5) aménager l'espace et (6) distribuer le matériel et les ressources nécessaires.

Au regard de ce cadre posé comme analyse des séances visant la coopération entre élèves, nous avons demandé aux professeurs stagiaires (1) de choisir ou élaborer une situation d'enseignement / apprentissage, d'en effectuer l'analyse *a priori*, d'en proposer une mise en œuvre explicitée (2) de mener la séance avec une première classe test (3) d'en effectuer collectivement l'analyse *a posteriori* et proposer des adaptations ou modifications (4) de mener la séance ainsi retravaillée avec une deuxième classe test.

Les situations proposées par le groupe Collège et par le groupe Lycée sont décrites et analysées dans la partie qui suit.

Notre expérimentation nous permet de témoigner du fait que ces ECL nous ont permis d'observer des compétences³ chez les professeurs stagiaires (6. Agir en éducateur responsable et selon des principes éthiques ; 7. Maîtriser la langue française à des fins de communication ; 9. Intégrer les éléments de la culture numérique nécessaires à l'exercice de son métier ; 10. Coopérer au sein d'une équipe ; P1. Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique ; P2. Maîtriser la langue française dans le cadre de son enseignement).

Les travaux menés au sein du groupe DICO+ se poursuivent et comme nous l'avons dit mèneront à la mise à disposition de ressources. L'ECL du groupe Collège a donné lieu pour DICO+ à un montage vidéo de 15 minutes témoignant : du choix de la situation et de l'analyse *a priori* de celle-ci, de la première passation, de l'analyse *a posteriori* collective et des adaptations et enfin de la deuxième passation. Cette vidéo a été sous-titrée en français et en anglais. Les épisodes retenus dans ce montage doivent permettre de comprendre la situation mathématique, les modalités retenues pour la mise en activité des élèves, des exemples de pratique collaborative. Nous avons ajouté des épisodes qui témoignent d'une professionnalisation des professeurs stagiaires.

2. Situations d'enseignement / apprentissage proposées aux élèves

Nous présentons dans cette partie les situations d'enseignement / apprentissage retenues par les professeurs stagiaires de mathématiques du groupe Collège et du groupe Lycée de l'Académie de Caen lors de l'année 2018-2019. Nous présentons les choix effectués par chacun des groupes quant aux ressources sélectionnées, aux consignes formulées et quant aux postures à adopter lors de la séance avec les élèves.

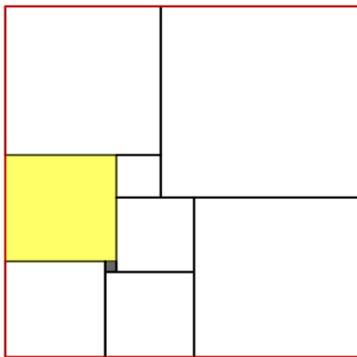
Seul le groupe Lycée a fait partie du dispositif DICO+. Ainsi ce groupe a pu jouer un cycle complet d'ECL et tester une deuxième passation. A contrario, le groupe Lycée a testé la situation avec une classe de 3^{ème} (14 à 15 ans) pour la première passation et certains d'entre ces stagiaires ont pu tester une deuxième fois la situation avec leur(s) classe(s) de 2^{nde} (15 à 16 ans). Cette deuxième passation a été réalisée sans notre présence et nous n'avons eu accès qu'à certains retours plutôt généraux sur la gestion, l'organisation spatiale ou encore une plus grande hétérogénéité des compétences des élèves. Nous indiquons cependant dans cet article, au vu de nos observations, les éléments qui corroborent les constats effectués lors de l'ECL du groupe Collège.

³ Bulletin officiel MENSUR n°30 du 25 juillet 2013. Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation en France.

Groupe Collège

Pour cette première expérimentation une quinzaine de professeurs stagiaires en poste en Collège ont été réunis. La première séance du cycle d'étude collective de leçon a duré une heure et s'est déroulée le 21 mars 2019. En amont nous leur avons précisé que les classes mises à disposition seraient deux classes de 6^{ème} et que les professeurs de ces classes n'avaient pas souhaité que la séance qui allait être élaborée s'insère dans une progression déjà établie.

Lors de cette séance de travail collaboratif entre stagiaires, plusieurs problèmes ont été proposés par ces stagiaires avant que le collectif ne se mette d'accord. Ce temps consacré au choix de problème a été assez réduit. En quinze minutes les arguments en faveur des problèmes proposés ont été annoncés, débattus et la décision collective a été prise. Ils avaient été informés qu'ils n'avaient qu'une heure pour élaborer la fiche de préparation et s'étaient donné maximum quinze minutes pour choisir le problème à proposer aux élèves. Après examen de plusieurs problèmes, ils ont retenu le problème des carrés ci-après.



« Le rectangle rouge est composé de 9 carrés.

Le carré jaune mesure 5 cm de côté et le carré noir mesure 0,5 cm de côté.

Est-ce que le rectangle rouge est un carré ? »

i) Potentialité collaborative de la situation

Les professeurs stagiaires ont décidé de constituer des groupes de quatre élèves de manière hétérogène et de manière à respecter la parité, autant que faire se peut. Ce travail a été fait en amont des séances de classe à partir des informations données par les enseignants responsables des classes test.

Un débat très riche s'est ensuite installé sur la mise en œuvre en classe de la résolution de problème. Ils ont décidé de rythmer la séance en envoyant régulièrement des élèves au tableau afin de permettre au groupe classe d'avancer dans la résolution de ce problème. Ainsi, dans les deux passations, les professeurs stagiaires ont organisé la séance en plusieurs phases. Des recherches individuelles puis collectives suivies de temps de présentation de l'avancement du travail de quelques groupes au tableau. La dimension collaborative porte ici sur le travail argumentatif. Les élèves devaient pouvoir envoyer un représentant du groupe pour exposer leur démarche et leurs résultats.

ii) Adaptations de l'énoncé de la situation

Les échanges lors de la préparation de la première passation ont permis aux stagiaires de décider de la forme de la figure à fournir aux élèves. Une réduction ou un agrandissement de la figure à l'échelle 1 ne leur convenait pas. Ils ont souhaité déformer la figure afin que les élèves ne puissent pas mesurer les côtés pour valider leur réponse. La décision pour la première passation a donc été d'étirer en hauteur la figure afin que les élèves se posent effectivement la question de la nature du quadrilatère

Pour la première passation, la déformation ne concernait que la mesure des segments. En souhaitant contrôler le milieu, au sens de Brousseau (1990), ils espéraient ainsi rendre caduque la procédure de mesurage à la règle des côtés du quadrilatère rouge.

Lors de la première passation ils ont observé à plusieurs reprises un usage de l'équerre pour vérifier les angles droits. Ils n'avaient pas anticipé cette vérification à l'équerre puisque pour eux, l'énoncé portait dans sa structure sémantique les informations nécessaires « *est-ce que le rectangle est un carré ?* ». Puisque c'est un rectangle, la vérification des angles droits n'avait pas lieu d'être, les élèves devaient utiliser leurs connaissances en géométrie euclidienne, c'est un discours formel au sens de Duval (2005) qui était ici attendu. Les stagiaires prévoient des formulations proches d'une démonstration « *puisque le quadrilatère est un rectangle, il a quatre angles droits donc pour savoir si c'est un carré il ne reste qu'à vérifier si la mesure de la longueur du rectangle est égale à la mesure de sa largeur* » ou encore « *un carré est un rectangle si la mesure de la longueur du rectangle est égale à la mesure de sa largeur* ».

Pour la deuxième passation, ils ont cette fois-ci transformé la figure en fournissant des mesures erronées mais surtout en fournissant une figure à main levée avec des traits volontairement déformés pour ne plus être associés à des segments.

Le travail de transformation de l'énoncé pendant la préparation de la deuxième passation n'a pas porté seulement sur la représentation mais également sur les informations présentes dans le texte. La mesure (0,5 cm) du côté du carré noir et (5 cm) du côté du carré jaune rappelées dans le texte ont été insérées dans la représentation et l'énoncé a été écrit au tableau mais n'étaient pas présentes sur la fiche distribuée à chaque élève. L'intention des stagiaires était de ne pas surcharger les élèves d'informations et de leur éviter des allers et retours entre la représentation présente dans l'énoncé et la structure sémantique de l'énoncé.

Ce choix va de pair avec l'analyse *a posteriori* de la première passation, en particulier pour ce qui concerne un propos non prévu par les stagiaires.

iii) Obstacle non prévu

Suite à l'analyse de la première passation, les stagiaires ont également décidé de placer très tôt dans la séance la rédaction relative aux angles droits et ceci avant la détermination de la mesure de la longueur et de la mesure de la largeur du rectangle rouge.

Lors de la première passation, les stagiaires ont observé des élèves confrontés à un obstacle. En fin de cycle 3 (11 à 12 ans), pour certains élèves, le carré n'est pas un rectangle. Au cycle 1 (3 à 6 ans), le travail sur les formes géométriques met en avant la distinction entre ces deux formes. Le travail sur les propriétés mathématiques des quadrilatères permet de lever cet obstacle. Sur ce point, nous renvoyons le lecteur notamment aux travaux de Salin et Berthelot (1993, 2001). Nous renvoyons également le lecteur aux réflexions de Bloch (2015) sur l'épistémologie et la didactique des mathématiques « *Les objets développés ultérieurement se sont appuyés au départ sur ces premiers concepts, puis, de construction en construction, ont acquis un caractère de plus en plus abstrait ; mais ils ne sont pas totalement détachés de leur origine première...* » (Bloch, 2015, p73).

A photograph of a piece of paper with handwritten text in French. The text reads: "un rectangle ne peut pas être un carré". The handwriting is in dark ink on a light-colored background.

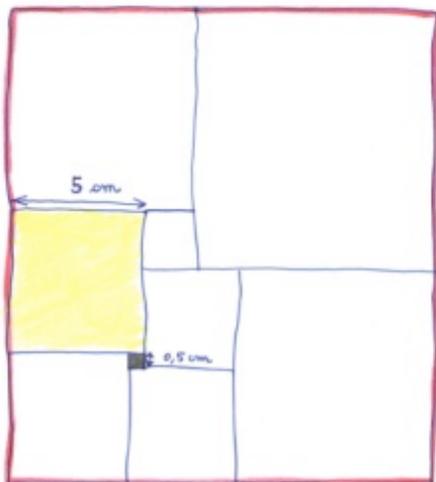
Ce propos d'élève a fortement interpellé nos professeurs stagiaires qui n'avaient pas prévu cette erreur type dans l'analyse *a priori* de la situation proposée. L'analyse de ce propos a fait débat au sein du groupe d'ECL. Certains y voyaient un obstacle didactique induit par la distinction faite les années antérieures entre carré et rectangle. D'autres y voyaient un obstacle

épistémologique du fait d'une prépondérance des classifications disjointes par rapport aux classifications emboîtées. Ce débat nous a permis d'observer chez nos stagiaires une appropriation des concepts d'obstacle épistémologique et d'obstacle didactique au sens de Brousseau (1983). Même si les causes de ce propos « *un rectangle ne peut pas être un carré* » résultent probablement de plusieurs faits, les arguments avancés par nos stagiaires concordaient avec la nature de l'obstacle qu'ils essayaient d'isoler.

iv) *Explicitations*

Nous avons également observé lors de l'analyse *a posteriori* de la première passation une explicitation des choix relatifs à la représentation fournie « *vous pouvez constater que la figure est faite à main levée afin que vous ne puissiez pas utiliser les instruments de mesure, que ce soit la règle ou l'équerre* ». Ce propos tenu en début de deuxième passation avait plusieurs objectifs. Premièrement, les stagiaires ont souhaité cadrer l'activité des élèves en leur signifiant qu'il était inutile d'essayer de mesurer des longueurs ou des angles en rappelant le statut d'une figure à main levée « *ce n'est qu'une représentation* ». Ce discours était tout autant métacognitif (attention aux représentations à main levée) que pragmatique (ne perdons pas de temps avec ça). Deuxièmement cela permet de gagner du temps sur l'activité liée au raisonnement, à la communication.

Voici donc ci-après la forme de l'énoncé proposé lors de la deuxième passation. On observe que les stagiaires n'ont pas mené leur raisonnement jusqu'au bout. La représentation ne comporte pas de marque pour les angles droits du quadrilatère rouge ce qui aurait permis aux élèves de gagner du temps sur la recherche des mesures des côtés des carrés.



« *Le rectangle rouge est composé de 9 carrés.*

Le carré jaune mesure 5 cm de côté

Le carré noir mesure 0,5 cm de côté.

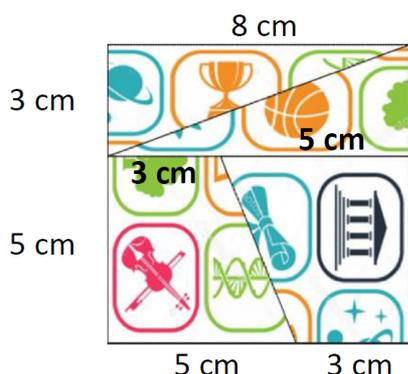
Est-ce que le rectangle rouge est un carré ? »

Une formulation de la consigne a été discutée lors de la préparation de la deuxième passation mais elle n'a pas été retenue car les stagiaires pensaient que les élèves manqueraient de temps sur une séance d'une heure. Nous l'indiquons ici puisqu'à notre avis elle engagerait les élèves dans une activité mathématique plus consistante et leur permettrait de faire jouer la collaboration : « *Quelle est la nature du quadrilatère rouge ?* ». En effet, des membres du groupe pourraient se voir confier la preuve des angles droits et les autres la recherche des mesures des côtés des carrés. Une hypothèse est alors à faire quant à l'habitude des élèves à s'organiser collectivement pour collaborer. Au sein de groupe DICO+, nous réaffirmons que cela se travaille en classe. Bien entendu, dans le cadre du protocole expérimental mené avec nos stagiaires cela ne pouvait se faire en une heure à moins que cela ne soit au détriment du travail sur la résolution de ce problème.

2.1 Groupe Lycée

Lors de cette première expérimentation une quinzaine de professeurs stagiaires en poste en Lycée ont été réunis. La première séance du cycle d'étude collective de leçon a duré une heure et s'est déroulée le 21 mars 2019. En amont nous leur avons précisé que la classe mise à disposition serait une classe de 3^{ème} (14 à 15 ans) et que le professeur avait d'ores et déjà travaillé avec les élèves le théorème de Thalès. Ils ont décidé de traiter un problème d'alignement. Les stagiaires ont choisi de proposer aux élèves d'étudier le paradoxe de Lewis Carroll. Le lecteur trouvera cette situation dans la brochure *Jeux 8, des activités mathématiques pour la classe*, brochure éditée par l'APMEP.

Le paradoxe de Lewis Carroll



Dans un carré de côté 8 cm, on a découpé deux triangles rectangles et deux trapèzes.

À l'aide des pièces du puzzle déjà découpé, reconstituez un rectangle.

Calculez l'aire du carré et l'aire du rectangle.

Que remarquez-vous ?

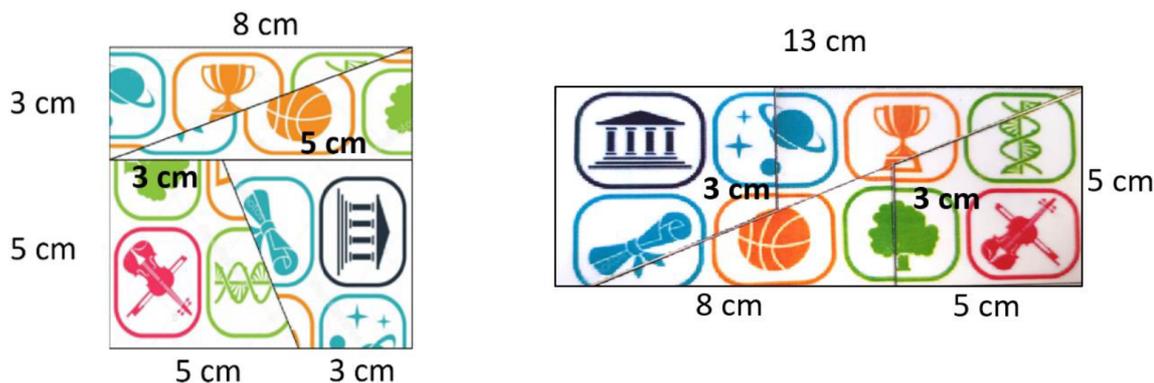
i) Collaboration

Lors de la séance de choix de la situation et de l'analyse *a priori*, les échanges relatifs à la mise en œuvre lors de la première passation ont pris du temps. Les stagiaires ont listé les prérequis dont devaient disposer les élèves *a minima*. Cette étape a mené ce groupe à un travail collaboratif pour obtenir l'exhaustivité des procédures afin de pouvoir dans un second temps apprécier le temps de réalisation de cette situation-problème par des élèves de 3^e. La collaboration a été ici bien organisée et ceci de manière spontanée au sein du collectif des stagiaires. Le partage des tâches s'est fait de manière naturelle suite à des échanges sereins. La personnalité de chacun des membres du groupe Lycée a été un élément favorisant la coopération. Ils ont pris le temps de s'écouter et aucun d'entre eux n'a souhaiter imposer ses idées ; c'est le temps qui a fait son œuvre. Les décisions ont été collégiales et ils se sont réparti les tâches par affinité. Pour la première année d'expérimentation, les membres du groupe de stagiaires du Lycée étaient pour moitié d'entre eux en reconversion. Il est fort probable qu'ils aient développé des compétences collaboratives dans leur vie professionnelle antérieure et que cela ait permis au groupe Lycée d'organiser une collaboration efficace.

ii) Consigne

Comme pour les stagiaires du groupe collège, la consigne à proposer aux élèves et son explicitation a fait débat. Les stagiaires ont pensé nécessaire de proposer une définition du mot « paradoxe ». Ils ont ensuite débattu sur la nécessité de faire constater le paradoxe sans que les élèves ne mettent en cause des imprécisions de mesure ou de découpage des pièces.

Les stagiaires ont prévu une auto validation à la première question en s'inspirant des images sur les puzzles. Ils ont également fourni aux élèves les pièces découpées et ont projeté au tableau le carré. Les élèves ont donc dû réaliser le carré et le rectangle. Les stagiaires ont ainsi taché de gagner du temps dans la réalisation et l'évaluation de la première tâche « reconstituez un rectangle ».



Cette reconstitution du puzzle s'avérera peu utile pour les élèves qui ont réalisé la première tâche rapidement. Cela a même renforcé la difficulté pour les élèves à formuler le paradoxe. La différence d'égalité d'aire d' 1 cm^2 bien que constatée après calcul n'a pas abouti sur une contradiction pour beaucoup d'élèves. Ce qui confirme le constat de Cerclé (2010) « *La façon dont ce problème est posé dans les manuels prend comme prérequis implicite le principe de conservation des aires. Il pose d'entrée que la figure amène à écrire $64 = 65$, et déroule ses questions pour faire lever le paradoxe !* ». C'est justement sur ce point que les stagiaires ont débattu : qui devait proposer la méthode ?

De cette question, découle le deuxième élément fort de discussion dans l'analyse *a priori* qui a été le souhait de certains d'indiquer aux élèves qu'ils auraient à réaliser une preuve par l'absurde. Pour la passation en classe, cette indication a été faite groupe par groupe. L'analyse *a posteriori* a permis aux stagiaires de décider qu'une telle discussion devait se faire en classe entière puisque la démonstration par l'absurde est à la fois un outil pour la résolution de cette situation mais c'est aussi un objet mathématique peu fréquenté au collège et qu'il convient de présenter.

iv) Milieu

Comme pour les stagiaires du groupe Collège, les stagiaires du groupe Lycée se sont trouvés confrontés à des procédures de mesure plutôt approximatives (mesures variant de 3 cm à 3,2 cm). Ceci a pour effet que les élèves mesurant ne perçoivent plus la nature du problème. Les élèves doivent s'apercevoir qu'il y a un problème relatif à la perte d'aire. « *L'objectif est que les élèves s'aperçoivent qu'il y a un trou* », suite à cette analyse *a posteriori* de la première passation, les stagiaires ont décidé de proposer un agrandissement de ces configurations dans un deuxième temps de la séance via le logiciel de géométrie dynamique. Un débat s'est ensuite installé sur la dénaturation du paradoxe « *s'ils voient un trou alors c'est normal que les aires ne soient plus identiques* ». Certains groupes d'élèves de la première passation ont calculé les aires pièce par pièce ce que les stagiaires n'avaient pas prévu.

Vu la limitation dans le temps les stagiaires n'ont pas souhaité proposer le carré complet à découper mais cette décision a été remise en question lors de l'analyse *a posteriori*. En effet, des élèves ont avancé que le découpage avait pu être effectué avec un certain manque de précision. Le paradoxe avait alors une explication rationnelle pour ces élèves.

v) Avancement du temps didactique

Lors de l'analyse *a posteriori*, les stagiaires du groupe Lycée ont été unanimes, « *une des choses à changer c'est de proposer cette situation sur 2 heures et non sur une 1 h heure car on a été obligés de les brider faute de temps* ». Il faut que les élèves aient le temps de

manipuler, d'effectuer les calculs d'aire, d'en constater l'écart, de revenir sur les figures afin de comprendre la source de cet écart. Puis vient une phase dont les stagiaires ont convenu qu'elles devaient se faire en classe entière : le passage du paradoxe à la nécessité d'une preuve. Ensuite il faut prévoir un temps pour expliquer de ce qu'est un raisonnement par l'absurde si les élèves n'en ont jamais rencontré. C'est seulement après tout cela que les élèves peuvent se lancer dans des calculs qu'ils connaissent pour identifier l'hypothèse qui sera falsifiée (un alignement des points qui semblent constituer une diagonale du rectangle). Tout ceci prend effectivement beaucoup de temps en classe et les phases de travail en individuel, en groupe et en classe entière dépendent pour beaucoup des compétences des élèves. Hors nos stagiaires n'avaient aucune idée des compétences des élèves de 3^e qui leur avaient été confiés.

3. Analyse des cycles d'ECL et formation des enseignants

Dans cette troisième partie, nous synthétisons les analyses et présentons les invariants constatés. Puis nous témoignons des limites de notre expérimentation et des décisions que nous avons prises suite à la première expérimentation d'ECL avec des professeurs stagiaires.

3.1 Constats et analyse

Pour chacun des cycles d'ECL, nous avons constaté des traces de professionnalisation des professeurs stagiaires. La plus-value de ce dispositif de formation pour les professeurs stagiaires est visible. Le pas de côté fait par les formateurs qui endossent à ce moment davantage un rôle de chercheur permet d'observer les stagiaires en action dans différents champs de l'activité enseignante. Suivre un cycle d'ECL mené par des stagiaires permet aux formateurs d'accéder à des déclarations, des argumentations, des décisions en amont de l'activité des élèves et lors de l'activité des élèves. Ceci permet de rendre visible ce qui habituellement se joue dans la tête des stagiaires. Pour ces derniers, devoir argumenter, se justifier, analyser ses choix leur permet de gagner en réflexivité. C'est un très bon révélateur de leur professionnalisation en construction.

Le premier champ, celui de la conception comporte le choix de la situation, l'analyse de sa structure sémantique, l'analyse des représentations fournies dans les ressources consultées, le travail de reformulation de la consigne et/ou de modification des représentations. En observant les stagiaires sélectionner et adapter la situation qui sera proposée aux élèves nous avons accès à des décisions collectives argumentées. C'est l'analyse par les formateurs des propos tenus par les uns et les autres qui permet d'apprécier les compétences des stagiaires.

Le deuxième champ est celui de la planification et des questions relatives à la mise en œuvre en classe. Les questions portent sur l'activité des élèves, sur les formes de travail (individuel, collectif) et l'organisation spatiale sur les temps de correction, sur les relances. Dans l'observation du premier temps de l'ECL, nous pouvons percevoir les conceptions sur l'enseignement / apprentissage qui sont véhiculées par les différents stagiaires.

Le troisième champ est relatif à la confrontation des élèves à la situation. Lors de la passation en classe les formateurs prennent des informations relatives au décalage entre le prescrit et le réel. Nous pouvons également observer les phases non prévues qui surviennent suite à des manques ou des implicites.

Le quatrième champ est celui de l'analyse de l'activité enseignante et de la réflexivité. Le fait que ces séances soient filmées permet, dans la démarche d'ECL, d'explicitier ces décalages entre prescrit et réel et engage les stagiaires dans un travail d'analyse réflexive. Ils mettent à jour et échangent sur ces décalages afin de transformer la situation ou les modalités de mise en œuvre.

Dans chacun des groupes, nous avons été très agréablement surpris de constater à quel point nos stagiaires s'étaient emparé des contenus de formation en didactique et en analyse de l'activité. Les variables didactiques ont été soigneusement étudiées, les consignes ont été retravaillées afin d'être les plus explicites et concises possibles pour les élèves. Les temps de recherche individuelle, de travail collaboratif ont été proposés mais surtout ont été mis en relation avec des tâches précises et des postures attendues.

Observer le collectif et les individus lors des cycles d'une ECL permet d'aider les stagiaires en formation initiale à se positionner dans les grilles⁴ de compétences communes à tous les professeurs et personnels d'éducation en utilisant les descripteurs des degrés d'acquisition des compétences à l'entrée dans le métier et permet de les guider vers une réflexivité sur leur professionnalisation.

3.2. Limites de notre expérimentation

Il ne s'agit pas dans cette partie de décrire les conditions optimales d'une ECL. En effet, c'est le processus même d'ECL qui est formateur. Cependant, nous pouvons témoigner de limites constatées dans les ECL que nous avons organisées, observées et analysées.

Pour toutes nos expérimentations, nous avons imposé un temps d'une heure consacré au choix, à l'élaboration et l'analyse *a priori* de la situation à proposer aux élèves. Nous pourrions laisser un temps plus conséquent pour ce travail mais nous estimons que ce travail est plus formateur si nous le contraignons. En effet, les professeurs stagiaires doivent apprendre à travailler efficacement et à ne pas digresser ou se laisser distraire par des ressources fort nombreuses. Nous renvoyons le lecteur aux travaux de Geudet et Touche (2008) sur le travail documentaire des enseignants. Dans le cadre des ECL, l'élaboration collaborative ou pour le moins collective du document mis à disposition des élèves a permis aux stagiaires de développer conjointement une nouvelle ressource (composée d'un ensemble de ressources sélectionnées, modifiées, recombinaisons) et un schéma explicite et négocié d'utilisation de cette ressource.

La limite constatée par les stagiaires et les formateurs est l'effectif. Sur l'année 2018-2019, nous avons mené deux ECL avec des effectifs très (trop) conséquents. Une quinzaine de professeurs stagiaires ont dû débattre, argumenter, prendre le temps de s'écouter, apprendre à s'écouter. C'est à notre sens un effectif bien trop lourd pour le temps que nous leur avons laissé pour se mettre d'accord. Pour l'année 2019-2020 lors de laquelle nous avons poursuivi l'expérimentation nous avons réduit de moitié l'effectif des groupes d'ECL. Cette décision s'est avérée pertinente puisque les échanges ont été tout aussi riches. Par ailleurs les tensions observées lors des échanges entre 15 stagiaires ou encore le manque de participation ne se sont pas faits sentir dans les groupes de 8 stagiaires. Y compris dans des configurations de salles classiques, la présence supplémentaire de 7 adultes positionnés comme observateurs n'a pas gêné les élèves outre mesure.

3.3. Collaboration et ECL

Constituer un groupe de stagiaires en vue d'une ECL correspond aux mêmes problématiques que la constitution des groupes d'élèves en classe. Pour nos deux années d'expérimentation, la constitution par affinités semble être bien plus pertinente sur le plan de la collaboration.

Enfin, la collaboration est un concept à expliciter. L'étude de ce concept est présente en formation dans le tronc commun à tous les fonctionnaires stagiaires de l'INSPE Normandie

⁴ Bulletin officiel MENSUR n°13 du 26 mars 2015. Descripteurs des degrés d'acquisition des compétences à l'entrée dans le métier en France.

Caen. Pour autant nos stagiaires n'avaient pas eu l'occasion de vivre une collaboration. Comment pouvaient-ils alors imaginer les conditions optimales pour une collaboration des élèves ? On peut dire que nos stagiaires de la première expérimentation ont pris le chemin en route. A la suite de cette expérimentation et des constats que nous en avons tiré, depuis la rentrée de 2019 nous avons proposé un temps de sensibilisation au travail collaboratif en faisant vivre à nos professeurs stagiaires de mathématiques une tâche collaborative. Il s'agit d'un exercice de prise de décision dans un groupe proposé par la NASA (cf annexe 3). Cet exercice a été réalisé en amont des ECL de l'année 2019-2020 et cela a sensibilisé nos stagiaires.

Conclusion

Notre expérimentation au sein du projet DICO+ se poursuit. Pour l'année scolaire et universitaire 2019-2020, l'accent a été mis sur les pratiques collaboratives à l'école élémentaire (6 à 11 ans) en mathématiques et au Collège (11 à 13 ans) en Education Physique et Sportive (EPS). Notre expérimentation dans le cadre du projet DICP+ avec des professeurs stagiaires de mathématiques nous a convaincus et nous poursuivons les ECL en formation initiale. Dans notre conclusion, nous souhaitons insister sur plusieurs points.

Le travail collectif d'analyse *a priori* et d'analyse *a posteriori* nous semble pertinent et formateur. Les professeurs stagiaires ont gagné en réflexivité à échanger entre pairs lors de ces temps d'analyse dans les ECL. Au regard des écrits individuels que nous leur demandons à d'autres moments de leur formation, les échanges ont montré une appropriation de concepts travaillés en formation.

Le travail de dévolution de la situation et de détermination du milieu associé n'est pas un exercice auquel les professeurs stagiaires sont rompus. Dans les ECL observées, le travail sur les formulations dans les énoncés a moins fait débat dans les préparations des premières passations que le travail sur les représentations mises à disposition des élèves. Un temps plus conséquent aurait peut-être permis aux professeurs stagiaires d'affiner les reformulations des consignes. Tout porte à croire que, pour les problèmes comportant des figures géométriques, les stagiaires pensent pouvoir facilement lever des implicites « *on leur demandera s'ils ont compris la consigne, s'ils ont des questions sur le vocabulaire* ». C'est ce double processus d'analyse *a priori* et *a posteriori* qui est formateur.

Si les stagiaires se sont concentrés dans un premier temps sur les représentations présentes dans les énoncés, ils se sont ensuite rendu-compte que les consignes écrites et/ou orales sont tout aussi importantes et que ce sont elles qui orientent l'activité mathématique des élèves. Le travail documentaire mené collectivement a permis un partage des tâches et donc une plus grande explicitation de celles-ci.

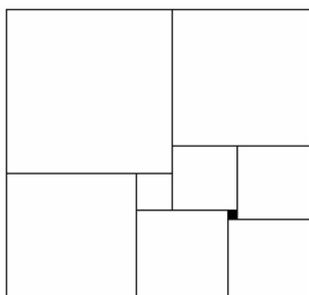
Les transformations du milieu concernent tout autant les représentations, la structure sémantique de l'énoncé, les relances et indications. Les stagiaires en ont pris conscience collectivement en s'astreignant à rédiger de manière collaborative les fiches de préparation de ces séances. C'est le point sur lequel nous souhaitons insister dans cette conclusion. Demander à un membre du groupe de réaliser telle ou telle tâche c'est prendre conscience collectivement que ces tâches font parties du métier. Par exemple la rédaction poussée de la fiche de préparation de la séance a été une découverte pour certains des professeurs stagiaires. Nous entendons par rédaction poussée la recherche des obstacles que pourront rencontrer les élèves, les éléments de langage sur lesquels l'enseignant doit être vigilant ou encore la planification des temps impartis pour que les élèves réalisent individuellement ou collectivement les différentes tâches qui leurs sont dévolues.

Bibliographie

- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'Ecole primaire, *Grand N*, 53, 39-56. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/53n5_1562929910676-pdf
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (2001). L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ? *Petit x*, 56, 5-34. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/56x1_1561101962282-pdf
- Bloch, I. (2015). Concepts, objets, symboles, enseignement des mathématiques ... Quelques réflexions sur l'épistémologie et la didactique. *Petit x*, 97, 71-79. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/97x5_1560245945553-pdf
- Bulletin officiel MENSUR n°30 du 25 juillet 2013. Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. <https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid98773/le-referentiel-de-competences-des-metiers-du-professorat-et-de-l-education.html>
- Bulletin officiel MENSUR n°13 du 26 mars 2015. Fiche n° 14 - Outil d'accompagnement : descripteurs des degrés d'acquisition des compétences à l'entrée dans le métier. http://cache.media.education.gouv.fr/file/13/04/3/encart6379_fiche14_404043.pdf
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336. <https://revue-rdm.com/1988/le-contrat-didactique-le-milieu/>
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198. <https://revue-rdm.com/1983/les-obstacles-epistemologiques-et/>
- Bucheton, D. & Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Education et didactique*, Varia 3, 1-21. <https://journals.openedition.org/educationdidactique/543>
- Cerclé, V. (2010). Un puzzle de Lewis Carroll. *PLOT* n°29, 12-14. https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Puzzle_Carroll_.pdf
- Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. *Revue Math-Ecole*, 209, 19-26. https://www.revue-mathematiques.ch/files/2114/6288/8433/Mathecole_209.pdf
- Clerc, A. & Martin, D. (2011). L'étude collective d'une leçon, une démarche de formation pour développer et évaluer la construction des compétences professionnelles des futurs enseignants. *Revue internationale de pédagogie de l'enseignement supérieur*, 27-2. <http://journals.openedition.org/ripes/514>
- Clivaz, S. (2015). Les lesson study: des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *Formation et pratiques d'enseignement en questions*, n°19, 99-105. http://www.revuedeshep.ch/site-fpeq-n/Site_FPEQ/19_files/2015-Clivaz-FPEQ-19.pdf
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 10, 5-53. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_10/adsc10-2005_001.pdf
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, vol 2, n°3, 7-33. <https://journals.openedition.org/educationdidactique/342>
- Miyakawa, T. & Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. *Education & didactique*, vol 3, n°1, 77-90. <http://educationdidactique.revues.org/420>
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité enseignante comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 343-388. <https://revue-rdm.com/2003/y-a-t-il-un-pilote-dans-la-classe/>

Annexes

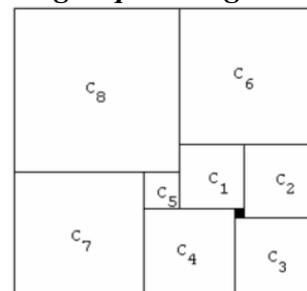
Annexe 1 Généralisation du problème proposé par les stagiaires du groupe Collège



Le rectangle à gauche est pavé par 9 carrés.

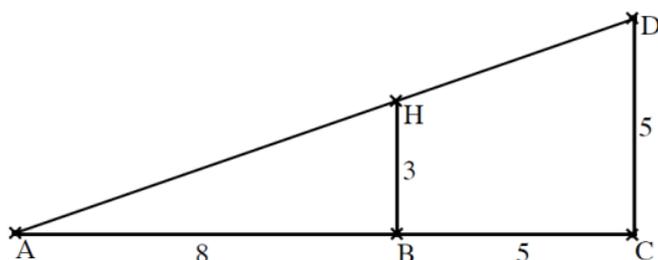
Le carré noir a pour côté une unité.

Quelles sont les dimensions du rectangle ?⁵



Pour résoudre cet exercice, il faut partir d'un des carrés jouxtant le carré unité (en noir sur la figure) et de préférence commencer par le plus petit (carré C1). Si ce carré C1 a pour côté c , le carré C2 a pour côté $c + 1$, et le carré C3 a pour côté $c + 2$. Le carré C4 a pour côté $c + 3$. (A chaque fois, on utilise le fait que le carré noir a pour côté 1). Ceci permet de déduire que le carré C5 pour côté 4. Quant au carré C6 il a pour côté $2c + 1$. On obtient qu'une des dimensions du rectangle initial est : $(2c + 1) + (c + 1) + (c + 2) = 4c + 4$. Le carré C7 a pour côté $c + 3 + 4 = c + 7$. Donc l'autre dimension du rectangle initial est : $(c + 7) + (c + 3) + (c + 2) = 3c + 12$. Le dernier carré C8 a pour côté $c + 7 + 4 = c + 11$. Finalement deux côtés opposés du rectangle ont pour dimensions : $4c + 4$ et $(c + 7) + (c + 11) = 2c + 18$. Les deux côtés étant de même longueur, on a $4c + 4 = 2c + 18$ ce qui donne $c = 7$. En conclusion, le rectangle initial a pour dimensions $32u$ et $33u$.

Annexe 2 Une résolution du paradoxe de Lewis Carroll en classe de 3e



La preuve se fait par l'absurde sur un des éléments de la configuration de Thalès (l'alignement des points A, H et D).

Les points A, B et C sont alignés et les droites (BH) et (DC) sont parallèles car toutes les deux sont perpendiculaires à (BC). Or lorsqu'on applique le théorème de Thalès, on obtient une égalité des produits en croix qui implique $39 = 40$!

Donc la conclusion c'est que nous ne sommes pas en présence d'une configuration de Thalès. Donc le dernier élément à vérifier pour la configuration de Thalès (l'alignement des points A, H et D) fait défaut.

Les points A, H et D ne sont donc pas alignés.

⁵ <http://www.ac-grenoble.fr/disciplines/maths/file/RessourcesGenerales/Olympiades/SujetsOlympiades2005.pdf> pour le sujet et <http://www.ac-grenoble.fr/disciplines/maths/file/RessourcesGenerales/Olympiades/GrenobleCorriges2005.pdf> pour le corrigé

Annexe 3 Exercice de prise de décision dans un groupe⁶

Vous faites partie de l'équipage d'un vaisseau spatial programmé à l'origine pour rejoindre une fusée-mère de la face éclairée de la Lune. À la suite d'ennuis mécaniques, vous avez dû alunir à 320 km environ du rendez-vous fixé. Au cours de l'alunissage, la plupart des équipements de bord ont été endommagés, à l'exclusion des 15 objets ci-dessous. Il est vital pour votre équipage de rejoindre la fusée-mère et vous devez choisir l'équipement indispensable pour ce long voyage. « Imaginez un accident sur la Lune : il s'agit de trouver l'équipement indispensable pour rejoindre la fusée-mère, en classant 15 objets par ordre d'importance ».

L'exercice se fait individuellement puis en groupe. On compare ensuite les différents classements. L'exercice consiste donc à classer les 15 objets par ordre de première nécessité.

Consigne : mettez le chiffre 1 en face de celui qui vous semble le plus important, 2 en face du suivant, et ainsi de suite jusqu'à 15 en face de celui qui vous paraît le moins utile.

OBJETS	Individuel	Collectif	NASA Écarts
Une boîte d'allumettes			
Des aliments concentrés			
50 mètres de corde en nylon			
Un parachute en soie			
Un appareil de chauffage fonctionnant sur l'énergie solaire			
2 pistolets de calibre 45			
Une caisse de lait en poudre			
2 réservoirs de 50 kg d'oxygène chacun			
Une carte céleste des constellations lunaires			
Un canot de sauvetage auto-gonflable			
Un compas magnétique			
25 litres d'eau			
Une trousse médicale et des seringues hypodermiques			
Des signaux lumineux			
Un émetteur-récepteur fonctionnant sur l'énergie solaire			

Pour établir leur classement, les experts se sont basés sur l'utilisation alternée de 2 critères, signifiant, par leur association, la survie : ce qui assure la vie biologique ; ce qui assure la possibilité de rejoindre la fusée-mère.

⁶ https://www.aefe-proche-orient.net/sites/default/files/fic2_atelier_debat_-_prise_de_decision.pdf