Chapitre 1. Le partage d'un segment en extrême et moyenne raison : d'un problème euclidien à une solution cartésienne.

Rédaction, expérimentation : Dominique Baroux, Martine Bühler, Éléonore Petit
(Groupe M.:A.T.H. de l'IREM de Paris)

Avertissement

Ce document est un complément numérique au chapitre 1 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant·e pourra pleinement se l'approprier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses autrices. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

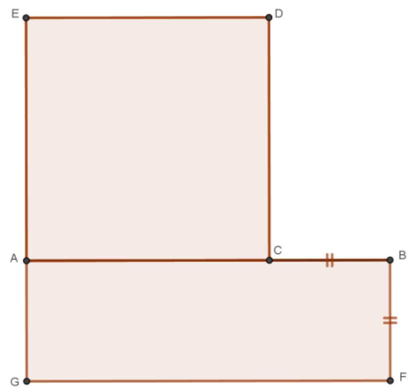
Un problème de l'Antiquité :

Où placer le point C sur le segment $[AB]$ pour que l'aire du carré ACDE soit égale à l'aire du rectangle ABFG ? Recherche algorithmique d'une valeur approchée de $r = \frac{AC}{AB}$

Rappel :

La figure ci-contre construite de la manière suivante :

- Le segment [AB] est donné.
- Le point C appartient au segment $[AB]$.
- Le quadrilatère ACDE est un carré.
- Le quadrilatère ABFG est un rectangle et $BC = BF$



On pose $AC = rAB$ où r est un nombre réel et C est le point solution du problème.

1) Déterminer l'aire du carré ACDE en fonction de r et de AB.

2) Déterminer l'aire du rectangle ABFG en fonction de r et de AB.

3) Compléter le tableau suivant :

r	$\frac{\text{Aire de ACDE}}{AB^2}$	$\frac{\text{Aire de ABFG}}{AB^2}$	**Comparaison de l'aire de ACDE et de l'aire de ABFG**
0,5	0,25	0,5	$A_{ACDE} < A_{ABFG}$
0,6			
0,61			
0,62			

4) En déduire un encadrement de r :

5) On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :
r prend la valeur 0,6

Traitement :
Pour i allant de 1 à 3

  Tant que $r^2 < 1 - r$
    r prend la valeur $r + 10^{-i}$
  Fin Tant que

r prend la valeur $r - 10^{-i}$
Fin Pour

Sortie :
La valeur de r.

Compéter les tableaux ci-après en rajoutant autant de lignes que nécessaire et en déduire la valeur de r en sortie.

$Première\ itération$: $i = 1$

Etapes	r	r^2	**1-r**	**Condition vérifiée ?**
Avant la boucle	0,6	0,36	0,4	Oui $(0{,}36 < 0{,}4)$
1er passage dans la boucle				

A la fin de la première itération, r prend la valeur : …………..

$Deuxième\ \ itération$: $i = 2$

Etapes	r	r^2	**1-r**	**Condition vérifiée ?**
Avant la boucle	0,6	0,36	0,4	Oui $(0{,}36 < 0{,}4)$
1er passage dans la boucle				
2ème passage dans la boucle				

A la fin de la deuxième itération, r prend la valeur : ……………….

$\underline{\boldsymbol{Troisième\ itération}: \boldsymbol{i = 3}}$

Etapes	$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{r^2}$	$\boldsymbol{1 - r}$	**Condition vérifiée ?**
Avant la boucle	0,61	0, 3721	0,39	Oui $(0{,}3721 < 0{,}39)$
1er passage dans la boucle				
2ème passage dans la boucle				

A la fin de la troisième itération, r prend la valeur : ……………

La valeur de r en sortie est donc…………………………

6) Modifier cet algorithme pour qu'il donne en sortie une valeur approchée de r à 10^{-N} par défaut, N étant un nombre entré par l'utilisateur.