

Chapitre 4. Mathématiques au service des techniques : les formats de papier sous la Révolution française.

Rédaction : Frédéric de Ligt

Expérimentation : Frédéric de Ligt, David Vavasseur, Emmanuelle Costan-Zanon

Avertissement

Ce document est un complément numérique au chapitre 4 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant-e pourra pleinement se l'approprier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses auteurs. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

L'activité

Extrait du compte rendu de la séance à l'Assemblée Nationale Législative du 21 août 1792.

Baptiste-Moïse Jollivet expose le projet de décret proposé par le bureau du cadastre dirigé par l'ingénieur Gaspard de Prony

À propos des registres d'opérations

. Art. 350.

Toutes les opérations des ingénieurs géographes sur le terrain seront, à fur et à mesure du travail, consignées dans des registres reliés, d'un format uniforme, ayant 29 centimètres trois quarts de haut, sur 21 centimètres de largeur, composés chacun de 50 feuillets cotés et paraphés par un membre du directoire de département, et signés, à chaque journée de travail, par l'ingénieur géographe auquel ils auront servi.



Gaspard de Prony

- 1) Comment appelle-t-on aujourd'hui ce format de feuille de papier ?
- 2) A quelle date la France a-t-elle choisi le mètre comme unité de longueur ?
- 3) Qu'est-ce que le cadastre ?

Exposé des motifs pour l'adoption du format proposé

Article 387 à lire en annexe

- 1) Lisez attentivement ce long texte et surlignez les mots ou les expressions que vous ne comprenez pas comme par exemple « moyenne proportionnelle ».
- 2) Expliquez la phrase du second paragraphe de première colonne : *la forme carrée ne reparait qu'en le (papier) pliant de 2 en 4 feuillets, de 8 en 16, etc., mais elle disparaît de nouveau lorsqu'il est plié de 4 en 8, de 16 en 32, etc.*
- 3) Réécrivez, selon votre compréhension, la phrase du premier paragraphe de la seconde colonne en vous aidant de l'exemple donné à la suite :

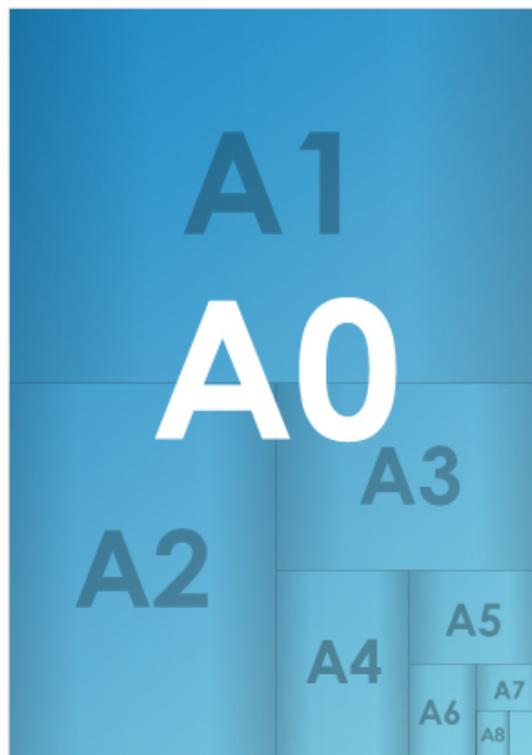
Faisant H égal à la hauteur donnée, X égal à la hauteur cherchée, on a H : X ::

$$X = \frac{1}{2} H.$$

- 4) Résumez les cinq avantages présentés par le rapporteur Jollivet pour un format de papier qui présente la proportion précédente.
- 5) Dans le dernier paragraphe de la seconde colonne, quelle est l'aire de la feuille de dimensions $0,84089664215 \times 0,59460356$ et celle de la feuille de dimensions $1,0000000 \times 0,70710678$?
- 6) Questionnez la précision donnée aux mesures dans le texte.

Vers la racine carrée de 2

- 1) Montrez que la formule précédente peut s'écrire $H = \sqrt{2} X$.
- 2) Quelle valeur donneriez-vous alors à H et X pour que la feuille ait une aire de 1 m^2 ?
On note A0 ce format.
Proposez une résolution algébrique ainsi qu'une résolution graphique à l'aide de la calculatrice.
- 3) Quelle valeur donneriez-vous alors à H et X pour que la feuille ait une aire de $\sqrt{2} \text{ m}^2$? On note B0 ce format.
Proposez une résolution algébrique ainsi qu'une résolution graphique à l'aide de la calculatrice.
- 4) Comment pourrait-on noter les formats de papier proposés pour le cadastre à l'avant dernier paragraphe de la première colonne, à savoir 0,84089664215 sur 0,59460356 et 1,0000000 sur 0,70710678 ?
- 5) Écrire un algorithme qui donne les dimensions des 6 formats de feuille obtenus à partir des pliages et découpages successifs du format A0.
- 6) Les dimensions des feuilles $21 \times 29,7$ qui correspondent au format A4, sont-elles précises au mm près ?



Remarque : Après un grand oubli, ce format a été réintroduit en France en 1967 et c'est maintenant la norme internationale depuis 1975 avec le numéro ISO 126.

Annexe : article 387

Le format du papier employé pour un même travail doit-il être uniforme? La question pour l'affirmative est résolue par l'expérience de tous les temps; elle l'est encore, toutes choses égales d'ailleurs, en faveur de l'uniformité, quoiqu'il n'y ait point homogénéité dans les travaux.

Mais quelle doit être la proportion entre les deux dimensions du papier, la hauteur et la largeur? Cette question qui semble futile, et que cependant vient à des rapports d'économie, comme on le verra tout à l'heure, mérite d'être approfondie.

Un long usage a proscrit la forme entièrement carrée, celle où la feuille étant déployée, la hauteur du papier est égale à sa largeur, car la proportion est détruite, en pliant le papier, qui présente alors en hauteur le double de sa largeur, la forme carrée ne reparait qu'en le pliant de 2 en 4 feuillets, de 8 en 16, etc., etc., mais elle disparaît de nouveau lorsqu'il est plié de 4 en 8, de 16 en 32, etc.,

On a donné la préférence au papier dont l'une des dimensions est plus grande que l'autre; mais quelle doit être la vraie proportion entre les deux dimensions?

Pendant longtemps les papeteries suivaient à cet égard des règles très arbitraires, très indépendantes les unes des autres.

Sous Louis XIV, le ministère a introduit dans les papeteries du royaume plus d'uniformité qu'il n'y en avait auparavant, des noms particuliers ont été donnés aux différents formats, leurs dimensions déterminées. Voilà le dernier état des choses, mais qui n'a point résolu le problème. On se demande en effet pourquoi de 2 formats, dont le second est dérivé du premier, l'*in-4°*, par exemple, à l'égard de l'*in-folio*, on se demande pourquoi la largeur de l'*in-4°*, à l'égard de sa hauteur, se présente-t-elle très visiblement à l'œil, dans une proportion plus grande que la largeur de l'*in-folio* à l'égard de sa hauteur?

Pourquoi? parce que le ministère ou ses agents n'ont fait qu'approcher du principe, sans l'avoir saisi, que les manufacturiers eux-mêmes, s'ils l'ont découvert, ne pouvaient contrarier ouvertement une décision ministérielle.

Après la forme absolument carrée, il n'en existe qu'une autre qui remplisse complètement les conditions du problème, c'est celle où la largeur du papier est moyenne proportionnelle entre la hauteur du papier et la moitié de cette même hauteur.

Faisant H égal à la hauteur donnée, X égal à la hauteur cherchée on a $H : X :: X = \frac{1}{2} H$.

Si l'on fait H égal à 10, on a $10 : X :: X : 5$. Multipliant 10 par 5 et prenant la racine carrée du produit, on a définitivement : hauteur du papier (donnée) 10,000000; largeur du papier égal à X égal à 7,0710678, etc., etc.

Une première erreur du ministère devait entraîner une seconde. Les formats de papier déterminés sous Louis XIV donnèrent l'idée, au commencement du règne de Louis XV, de soumettre à plus d'uniformité les surfaces connues dans l'imprimerie sous le nom de *justification*.

Alors on s'éloigna encore davantage du principe élémentaire et aujourd'hui tout est replacé dans la confusion à cet égard.

Il n'est pas douteux que les dispositions réglementaires sur les papeteries et les imprimeries soient autant de monstruosité politiques, mais si le gouvernement qui est toujours le plus grand consommateur exige, en payant, certaines conditions déduites de la perfection de l'art, de la simplicité des formes ou de la bonté et de l'usage plus universel des choses, il n'est pas douteux aussi que le gouvernement n'entraîne les autres consommateurs dans la même détermination.

En appliquant la formule $H : X :: X = \frac{1}{2} H$, aux formats de papier, il en résulte les avantages qui suivent :

1° Prenant pour termes générateurs deux formats, l'un d'un mètre de haut ou 1,000000 sur 0,70710678, de large et l'autre de 0,84089642 de haut (moyenne proportionnelle entre les deux premières valeurs, sur 0,59460356 de large, on a, avec leurs sous-multiples, 2, 4, 8, 16, etc., toutes les dimensions de papier les plus parfaites qui puissent être employées dans les usages de l'écriture, du dessin, de l'imprimerie, de la gravure, etc. ;

2° Dans tous les changements qu'il pourrait subir par les sous-multiples, la largeur est toujours moyenne proportionnelle entre la hauteur et sa moitié; en un mot, les côtés restent constamment homologues;

3° Il y a plus d'économie dans la consommation des bureaux, lorsque les formats, quoique distincts entre eux, sont dérivés d'un seul principe;

4° Leur conservation dans les archives publiques, dans les greffes, chez les notaires, etc., est améliorée sous trois rapports, le premier économie de place, le second économie d'enveloppe, le troisième affectation plus grande pour les préserver des ravages du temps;

5° Calcul plus aisé des surfaces employées dans l'écriture, l'imprimerie, et, par conséquent, des salaires à payer, etc.,

Le comité, de concert avec le directeur général du cadastre, a adopté pour format du papier qui doit être employé au cadastre, la hauteur de 0,62 centimètres $\frac{1}{6}$ sur 0,86 centimètres $\frac{4}{5}$ de large, brut, ou non ébarbé, qui, après avoir été dessiné, sera rogné à la hauteur de 0,59460, etc. sur 0,84089, etc. de large et le parallélogramme qui doit recevoir le plan de 0,5000000, sur 0,70710678 de large.

Il sera ajouté aux modèles qui accompagnent ce projet de décret une table des différents formats de papier calculée d'après ce principe, et d'où pourraient résulter des améliorations avantageuses dans l'emploi du papier timbré.

