

Chapitre 4. Mathématiques au service des techniques : les formats de papier sous la Révolution française.

Rédaction : Frédéric de Ligt

Expérimentation : Frédéric de Ligt, David Vavasseur, Emmanuelle Costan-Zanon

Avertissement

Ce document est un complément numérique au chapitre 4 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant-e pourra pleinement se l'approprier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses auteurs. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

La fiche professeur

Une rapide chronologie pour s'y retrouver :

<p>7 février 1789. Ordre de rédiger les cahiers de Doléances</p> <p>5 mai 1789. Ouverture des États-Généraux</p> <p>17 juin 1789. Le tiers état se proclame Assemblée Nationale</p> <p>23 juin 1789. Le roi annule l'Assemblée Nationale</p> <p>27 juin 1789. Création de l'assemblée Constituante</p> <p>4 août 1789. Abolition des privilèges</p> <p>26 août 1789. Déclaration des droits de l'Homme et du citoyen</p> <p>14 décembre 1789. Création de 44 000 municipalités renommées communes en 1793</p> <p>19 décembre 1789. Création de 83 départements</p> <p>8 mai 1790. Décret sur l'uniformité des poids et mesures en France</p> <p>21 octobre 1790. Le drapeau tricolore</p> <p>13 septembre 1791. Constitution de 1791</p> <p>30 septembre 1791. Dissolution de l'assemblée constituante</p> <p>1 octobre 1791. Création de l'Assemblée Législative</p> <p>25 mai 1792. Chant de la Marseillaise</p> <p>13 juin 1792. Création de la Convention Nationale</p> <p>25 juin 1792. Delambre et Méchain opèrent les premières triangulations pour la mesure de l'arc de méridien entre Dunkerque et Barcelone</p>	<p>11 août 1792. Assemblée élue au suffrage universel masculin</p> <p>21 septembre 1792. Abolition de la monarchie et proclamation de la première République</p> <p>22 septembre 1792. An 1 de la première République</p> <p>7 janvier 1793. Exécution du roi Louis XVI</p> <p>Mars 1793 Début de la guerre de Vendée</p> <p>10 mars 1793. Création du tribunal révolutionnaire par Danton</p> <p>6 avril 1793. Création du comité de salut public</p> <p>13 juillet 1793. Assassinat de Marat</p> <p>25 octobre 1793. Mise en usage du calendrier républicain</p> <p>24 décembre 1793. Le calendrier grégorien est supprimé</p> <p>4 février 1794. Abolition de l'esclavage</p> <p>5 avril 1794. Exécution de Danton et Desmoulins</p> <p>28 juillet 1794. Exécution de Robespierre</p> <p>31 mai 1795. Suppression du tribunal révolutionnaire</p> <p>22 août 1795. Constitution de 1795</p> <p>23 septembre 1795. Introduction officielle du système métrique</p> <p>26 octobre 1795. Dissolution de la Convention et création du Directoire</p> <p>29 mars 1796. Fin de la guerre de Vendée</p>
--	---

Extrait du compte rendu de la séance à l'Assemblée Nationale Législative du 21 août 1792.

Baptiste-Moïse Jollivet expose le projet de décret proposé par le bureau du cadastre dirigé par l'ingénieur Gaspard de Prony.

Donner quelques informations générales sur le contexte dans lequel s'inscrit la volonté du législateur de réaliser le cadastre de la France.

À propos des registres d'opérations

- 1) Comment appelle-t-on aujourd'hui ce format de feuille de papier ?

A4

- 2) À quelle date la France a-t-elle choisi le mètre comme unité de longueur ?

Séance de l'Assemblée Constituante du 26 mars 1791.

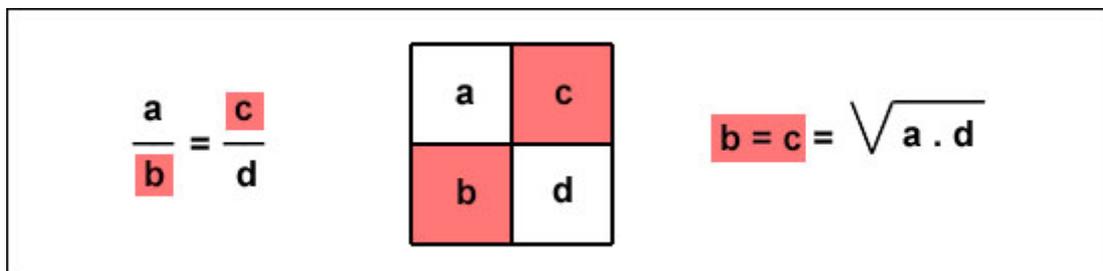
- 3) Qu'est-ce que le cadastre ?

Le cadastre est une base de données qui regroupe divers renseignements sur les propriétés foncières pour l'ensemble du territoire français.

Exposé des motifs pour l'adoption du format proposé

- 1) Lisez attentivement ce long texte et surlignez les mots ou les expressions que vous ne comprenez pas comme par exemple « moyenne proportionnelle ».

C'est une table de proportionnalité particulière



- 2) Expliquez la phrase du second paragraphe de première colonne : *la forme carrée ne reparait qu'en le (papier) pliant de 2 en 4 feuillets, de 8 en 16, etc., mais elle disparaît de nouveau lorsqu'il est plié de 4 en 8, de 16 en 32, etc.*

Le carré plié en 2 ne donne pas un carré, alors que replié une seconde fois il fait apparaître 4 petits carrés. Et ainsi de suite, un pliage sur deux.

- 3) Réécrivez, selon votre compréhension, la phrase du premier paragraphe de la seconde colonne en vous aidant de l'exemple donné à la suite :

Faisant H égal à la hauteur donnée, X égal à la hauteur cherchée, on a $H : X :: X = \frac{1}{2} H$.

$$\frac{H}{X} = \frac{X}{\frac{1}{2}H}$$

- 4) Résumez les cinq avantages présentés par le rapporteur Jollivet pour un format de papier qui présente la proportion précédente.

1° La déclinaison des feuilles obtenues à partir des deux feuilles présentées est adaptée à de nombreux usages.

2° Il y a conservation du rapport longueur sur largeur.

3° Il n'y a pas de perte à la découpe.

4° Le stockage est facilité, voir l'illustration en fin d'activité. L'uniformisation permet des économies d'enveloppes. Parler à ce propos du format C (C4 est le format des enveloppes).

5° Facilité de calcul des aires par simple division par 2, et donc calcul simplifié des coûts proportionnels à ces aires.

- 5) Dans le dernier paragraphe de la seconde colonne, quelle est l'aire de la feuille de dimensions $0,84089664215 \times 0,59460356$ et celle de la feuille de dimensions $1,0000000 \times 0,70710678$?

La première feuille a une aire de $0,5 \text{ m}^2$, le seconde d'environ $0,707 \text{ m}^2$.

- 6) Questionnez la précision donnée aux mesures dans le texte.

Les mesures sont beaucoup trop précises dans la pratique, elles résultent de calculs. La précision du mm était suffisante. Cela montre aussi la dextérité des scientifiques, à cette époque, dans la pratique du calcul à la main, posé, sans machine.

Le format $\sqrt{2}$

- 1) Montrez que la formule précédente peut s'écrire $H = \sqrt{2} X$.

$H^2 / X^2 = 2$; $(H/X)^2 = 2$; $H/X = \sqrt{2}$; $H = \sqrt{2} X$ ou encore $\frac{1}{2} H \times H = X \times X$; $H^2 = 2X^2$; $H = \sqrt{2} X$.

- 2) Quelle valeur donneriez-vous alors à H et X pour que la feuille ait une aire de 1 m^2 ? On note A0 ce format.

Proposez une résolution algébrique ainsi qu'une résolution graphique à l'aide de la calculatrice.

$H = \sqrt{2} X$ et $H \times X = 1$; $X = 1 / \sqrt{\sqrt{2}} \approx 0,8408964$ et $H = \sqrt{\sqrt{2}} \approx 1,192007$. Graphiquement on peut rechercher à la calculatrice les coordonnées de l'intersection de l'hyperbole d'équation $y = 1/x$ avec la droite d'équation $y = \sqrt{2} x$.

- 3) Quelle valeur donnez-vous alors à H et X pour que la feuille ait une aire de $\sqrt{2} \text{ m}^2$? On note B0 ce format.

$H = \sqrt{2}$ et $X = 1$.

- 4) Comment pourrait-on noter les formats de papier proposés pour le cadastre à l'avant dernier paragraphe de la dernière colonne, à savoir $0,84089664215$ sur $0,59460356$ et $1,0000000$ sur $0,70710678$?

A1 et B1 car ce sont les feuilles obtenues à partir de A0 et B0 par pliage en 2 selon la longueur.

- 5) Écrivez un algorithme qui donne les dimensions des 6 formats de feuille obtenus à partir des pliages et découpages successifs du format A0.

$$L \leftarrow \sqrt{\sqrt{2}}$$

```
l ← 1/√√2
Pour i variant de 1 à 6 faire
  a ← L
  L ← l
  l ← a/2
  afficher L et l
Fin du pour
```

- 6) Les dimensions des feuilles 21×29,7 qui correspondent au format A4, sont-elles précises au mm près ?

Longueur = $\sqrt{\sqrt{2}}/4 \approx 0,2973$ et largeur = $1/4\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2}}/4\sqrt{2} \approx 0,2102$. La précision est au mm près.