

Chapitre 7. Un support géométrique pour aborder le nombre dérivé : la tangente à un cercle d'Euclide à Descartes.

Rédaction : Marie-Line Moureau

Expérimentation : Évelyne Barbin, Anne Boyé, Annabelle Burot, Carène Guillet, Marie-Line Moureau, Catherine Nizan-Picard, Isabelle Voillequin (Groupe Histoire et Enseignement des Mathématiques de l'IREM des Pays de la Loire)

Avertissement

Ce document est un complément numérique au chapitre 7 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant-e pourra pleinement se l'appropriier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses autrices. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

Descartes : tangente à une parabole. Extrait de *La géométrie*.

Soit CE la ligne courbe et qu'il faille tirer une ligne droite par le point C qui fasse avec elle des angles droits.

[Descartes cherche la perpendiculaire à la tangente à la courbe en C .]

Je suppose la chose déjà faite et que la ligne cherchée est CP , laquelle je prolonge jusqu'au point P où elle rencontre la ligne droite GA que je suppose être celle aux points de laquelle on rapporte tous ceux de la ligne CE .

[La droite (GA) est donc pour nous l'axe des ordonnées.]

En sorte que faisant $AM = CB = y$ et $CM = AB = x$, j'ai quelque équation qui explique le rapport qui est entre x et y . [$AMCB$ est un rectangle.] Puis je fais $PC = s$, $PA = v$, ou $PM = v - y$

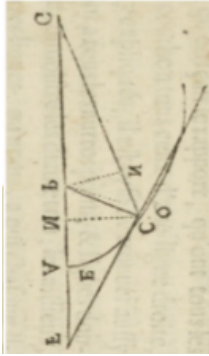


Figure de Descartes [retournée]

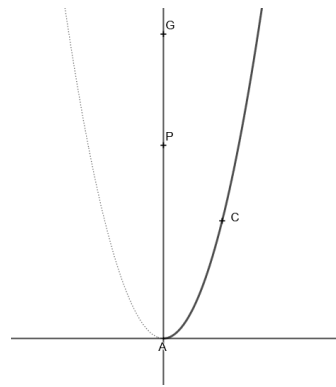


Figure à compléter en plaçant M et B .

La courbe est une parabole, écrire une équation possible expliquant « le rapport qui est entre x et y ».

Il faut considérer que si le point P est tel qu'on le désire, le cercle dont il sera le centre et qui passera par le point C , y touchera la ligne courbe sans la couper, mais que si ce point P est tant soit peu plus proche ou plus éloigné du point A qu'il ne doit, ce cercle touchera la courbe, non seulement au point C , mais aussi nécessairement en quelque autre.

[Soit E ce deuxième point.]

Le point P déjà placé est-il « tel qu'on le désire » ? Si non, placer E .

Estimer, au mieux, où devrait être le point P pour qu'il soit tel qu'on le désire.

Ouvrir un fichier [GeoGebra](#). Reproduire la figure avec la parabole d'équation $y=x^2$.

Pour C d'abscisse 3, placer P tel qu'on le désire.

Lire l'ordonnée de P et le coefficient directeur de la tangente.

Recommencer en prenant successivement 2, 1 et $3/2$ comme abscisse de C .

Conjecturer deux formules : l'une donnant l'ordonnée de P et l'autre le coefficient directeur de la tangente en fonction de l'abscisse de C .

On suppose que C a pour coordonnées $(3 ; 9)$, quel est le rayon du cercle de centre P passant par C ?

Comment Descartes nomme-t-il ce rayon ?

Exprimer en fonction de ses coordonnées (x, y) le fait que le point E est :

- Sur le cercle de centre P passant par C ,
- Sur la parabole.

Par le moyen d'une de ces deux équations, j'ôte de l'autre équation l'une des deux quantités indéterminées x ou y de façon qu'il reste après cela une équation en laquelle il n'y a plus qu'une seule quantité indéterminée x ou y .

[Éliminer y pour trouver une équation en x]

Or après qu'on a trouvé une telle équation, au lieu de s'en servir pour trouver les quantités x ou y , on la doit employer à trouver v ou s qui déterminent le point P qui est demandé.

Puis aussi il faut considérer que lorsque le cercle touche la courbe sans la couper, les deux solutions de l'équation sont égales. [Autrement dit, il faut trouver v tel que l'abscisse de C soit une solution double.]

Montrer que l'équation équivaut à $(x^2 - 9)(x^2 + 10 - 2v) = 0$

Déterminer v .

Prolongement

Avec la valeur de v trouvée, déterminer le coefficient directeur de la droite (CP) en déduire celui de la tangente à la courbe en C .

Généralisation

Reprendre les différentes étapes du calcul pour un point C quelconque sur la courbe