

Chapitre 7. Un support géométrique pour aborder le nombre dérivé : la tangente à un cercle d'Euclide à Descartes.

Rédaction : Marie-Line Moureau

Expérimentation : Évelyne Barbin, Anne Boyé, Annabelle Burot, Carène Guillet, Marie-Line Moureau, Catherine Nizan-Picard, Isabelle Voillequin (Groupe Histoire et Enseignement des Mathématiques de l'IREM des Pays de la Loire)

Avertissement

Ce document est un complément numérique au chapitre 7 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant-e pourra pleinement se l'appropriier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses autrices. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

Tangente à un cercle

Euclide est un mathématicien grec du III^{ème} siècle avant notre ère.

Ci-contre une gravure du XVI^e siècle censée le représenter.

Euclide est l'auteur d'un traité de mathématiques en 13 livres (**Les Éléments**) qui sont parmi les textes mathématiques qui ont eu le plus d'influence au cours des siècles.



- Voici trois définitions du *livre I* des *Éléments*.

10. Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait les angles de suite égaux entre eux, chacun des angles égaux est droit. La droite tombante est dite perpendiculaire sur celle sur laquelle elle tombe.

15. Le cercle est une figure plane comprise dans une seule ligne qu'on appelle circonférence ; toutes les droites menées à la circonférence d'un seul point de ceux qui sont placés dans la figure, sont égales entre elles.

16. Ce point se nomme le centre du cercle.

De quoi Euclide parle-t-il ? Le vocabulaire employé correspond-il au nôtre ?

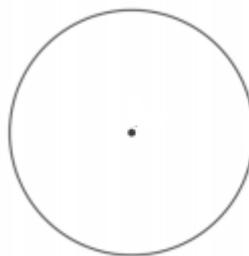
Illustrer ces définitions par des schémas.

Définition 10	Définition 15	Définition 15

- Plus loin, dans son *livre III*, Euclide donne cette définition :

2. Une droite qui touchant le cercle et qui étant prolongée ne le coupe point, est appelée *tangente du cercle*.

Tracer une tangente à ce cercle en respectant la définition donnée par Euclide.



- Ensuite Euclide énonce ce théorème (c'est la proposition 16 de son livre III)

THÉORÈME.

Une droite perpendiculaire sur le diamètre d'un cercle et menée par une de ses extrémités, tombe hors de ce cercle; il est impossible qu'il y ait une droite dans l'espace qui est compris entre cette perpendiculaire et la circonférence

Lecture accompagnée de la démonstration de la proposition 16 livre III d'Euclide

Première partie (à gauche le texte d'Euclide, à droite votre tâche)

<p>Soit le cercle dont le point D est le centre et la droite AB le diamètre : je dis que la perpendiculaire sur la droite AB, menée par le point A, tombe hors de ce cercle</p>	<p>À quoi sert cette phrase ?</p> <p>Faire un schéma.</p>
<p>Car si cela n'est point, supposons s'il est possible, qu'elle tombe en dedans et qu'elle ait la position AC ; conduisez la droite DC.</p>	<p>Compléter le schéma.</p>
<p>Puisque la droite DA est égale à la droite DC, l'angle DAC est égal à l'angle ACD,</p>	<p>Justifier chacune des affirmations de cette phrase.</p>
<p>Mais l'angle DAC est droit : donc l'angle ACD est droit aussi.</p>	<p>Pourquoi \widehat{DAC} est-il un angle droit ?</p> <p>Pourquoi \widehat{ACD} est-il <i>donc</i> aussi un angle droit ?</p>
<p>Donc les angles DAC et ACD sont égaux à deux angles droits, ce qui est impossible.</p>	<p>Pourquoi est-ce impossible ?</p>
<p>Donc la perpendiculaire au diamètre AB, menée par le point A ne tombe point dans le cercle.</p>	<p>Quel est le rôle de cette phrase ?</p>
<p>Comment caractériseriez-vous la démonstration d'Euclide ?</p> <p>Ressemble-t-elle à d'autres démonstrations que vous avez étudiées ?</p>	

Mais la droite DA est égale à la droite DH : donc la droite DH est plus grande que la droite AG,	Pourquoi les longueurs DA et DH sont-elles égales ?
c'est- à-dire que la plus petite surpasse la plus grande ce qui est impossible.	Expliquer.
Donc il est impossible qu'il y ait une droite dans l'espace qui est compris entre cette perpendiculaire et la circonférence.	Quel est le rôle de cette phrase ?