

# Chapitre 7. Un support géométrique pour aborder le nombre dérivé : la tangente à un cercle d'Euclide à Descartes.

Rédaction : Marie-Line Moureau

Expérimentation : Évelyne Barbin, Anne Boyé, Annabelle Burot, Carène Guillet, Marie-Line Moureau, Catherine Nizan-Picard, Isabelle Voillequin (Groupe Histoire et Enseignement des Mathématiques de l'IREM des Pays de la Loire)

## **Avertissement**

Ce document est un complément numérique au chapitre 7 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant-e pourra pleinement se l'appropriier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses autrices. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

## Trace écrite

Trace écrite	Extrait du programme relatif à ces notions
<p>On considère une fonction <math>f</math>, et sa courbe représentative sur un certain intervalle. Sur cette courbe on considère les deux points <math>A(a, f(a))</math> et <math>B(b, f(b))</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>La droite (AB) est une sécante à la courbe, sa pente est<math display="block">m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}</math></li><li>Le taux de variation de la fonction entre les deux valeurs <math>a</math> et <math>b</math> est donc égal à la pente de la sécante.</li></ul> <p>Cas général :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>La droite correspondant à la position limite (<b>limite géométrique</b>) des sécantes, c'est-à-dire au moment où le point d'intersection est double (<math>A = B</math>), est la tangente à la courbe en A.</li><li>Les pentes des sécantes se rapprochent d'autant plus que l'on veut de la pente de la tangente.</li><li>La pente de la tangente est donc la limite des taux de variation (<b>limite fonctionnelle</b>). Elle est appelée nombre dérivé. Notation <math>f'(a)</math>.</li></ul> <p>Il existe des cas particuliers :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Il se peut que la tangente soit verticale. Dans ce cas, elle n'a pas de pente et donc le nombre dérivé n'existe pas. Exemple : fonction racine carrée en 0. La courbe a une tangente verticale à l'origine du repère.</li><li>Il se peut que la tangente n'existe pas.  Exemple : fonction affine. Mais les taux de variations sont tous égaux et cette valeur est par définition le nombre dérivé.  D'autres exemples seront abordés plus tard.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Taux de variation. Sécantes à la courbe représentative d'une fonction en un point donné.</li><li>Nombre dérivé d'une fonction en un point, comme limite du taux de variation. Notation <math>f'(a)</math>.</li><li>Tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point, comme « limite des sécantes ». Pente.</li></ul>