



RÉSEAU DES INSTITUTS DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Commission inter-IREM
d'épistémologie et histoire
des mathématiques

Compte-rendu de la réunion de la CIIÉHM du 13 mai 2023

La réunion s'est tenue à Paris.

Présents : Mahdi Abdeljaouad (Tunis) ; Pierre Ageron (Caen) ; Alain Bernard (Paris Nord) ; Anne Boyé (Nantes) ; Nathalie Chevalarias (Poitiers) ; Alice Gaubour (Dijon) ; François Goichot (Lille) ; Jean-Paul Guichard (Poitiers) ; Jacqueline Guichard (Poitiers) ; Patrick Guyot (Dijon) ; Odile Kouteynikoff (Paris) ; Hombeline Languereau (Franche-Comté) ; Frédéric Laurent (Clermont-Ferrand) ; Xavier Lefort (Nantes) ; Frédéric Métin (Dijon) ; Cédric Vergnerie (Bordeaux).

Excusés : Évelyne Barbin (Nantes) ; Dominique Baroux (Paris) ; Jérôme Capitan (Grenoble) ; Thomas De Vittori (Lille) ; René Guitart (Nantes) ; Gérard Hamon (Rennes) ; Marc Moyon (Limoges) ; Frédérique Plantevin (Brest) ; Rossana Tazzioli (Lille) ; Dominique Tournès (La Réunion).

10h – 12h30 : Réunion de la CIIÉHM, première partie

Informations sur quelques colloques à venir (rappels)

- **Le colloque de la CORFEM** aura lieu à Nantes les 8 et 9 juin 2023. Les deux thèmes abordés seront « Le calcul algébrique : amont et aval, sens et technique » et « Transposition de savoirs, concepts et méthodes didactiques dans la formation ». <https://corfem2023.sciencesconf.org/>
- **Le colloque de la COPIRELEM** aura lieu à Marseille les 13, 14 et 15 juin 2023, sur le thème « Mathématiques et diversité à l'école, aider les élèves, accompagner les professeurs ». <https://www.copirelem.fr/colloques/marseille-2023/>
- **Un colloque commun des CII collège et lycée** aura lieu à Talence (agglomération de Bordeaux), les 15, 16 et 17 juin 2023, sur le thème « Raisonner en arithmétique. Est-ce incongru ? L'enseignement de l'arithmétique du cycle 3 à l'entrée à l'université. » Notre CII y sera largement présente à travers une conférence et plusieurs ateliers :

Marc Moyon *Nombres, opérations et problèmes récréatifs : histoire parfaite et figurée pour enseigner l'arithmétique en cycle 3* (conférence)

Nathalie Chevalarias, Jean-Paul Guichard, Frédéric De Ligt : *Irrationalité de \sqrt{n} : démonstrations arithmétiques*

Thérèse Gilbert : *Conjecturer, débattre, raisonner en arithmétique, en formation initiale des enseignants et au collège*

Frédéric Laurent : *L'arithmétique, c'est tout une histoire !*

Frédéric Métin : *Méthodes et pratiques arithmétiques du XVI^e siècle*

Il est intéressant de noter que des collègues des autres CII proposent aussi des ateliers incluant des éléments d'histoire des mathématiques, comme Guillaume François (*De l'arithmétique à l'algèbre avec Diophante*) ou Anne Cortella (*Raisonner en arithmétique dans un tour de magie : le tour de Gergonne*), preuve que des liens entre les CII peuvent être développés.

<https://arithmetiquecii.sciencesconf.org/>

Le prochain colloque HPM (History and Pedagogy of Mathematics) aura lieu en Australie, à la WSU (Western Sydney University), du 15 au 19 juillet 2024 ; c'est un colloque satellite du colloque ICME-15 lequel se tiendra aussi à Sydney du 7 au 14 juillet 2024. À noter qu'au sein du colloque ICME, il y a aussi des groupes de travail sur l'histoire des mathématiques. Nous n'avons pas, par rapport à la réunion du 25 mars, enregistré d'autres collègues souhaitant représenter la CIIÉHM à ce colloque ; nous ferons le point à la réunion de septembre. Les participants devront chercher des financements du côté de leurs IREM, une demande pourra être faite auprès de la CFEM (notamment en cas de participation jumelée ICME + HPM), puis éventuellement à l'ADÉRHEM (pour ses membres).

<https://www.mathunion.org/icmi/international-congress-mathematical-education-icme-15-2024>

École d'été d'histoire des mathématiques

► École d'été de 2023

Il s'agit de la deuxième édition de cette école d'été, organisée comme la première par l'IRES d'Aix-Marseille avec l'appui de la CIIÉHM. Elle aura lieu au CIRM (Centre international de rencontres mathématiques de Marseille) du 14 au 18 août 2023 sur le thème : « Voir en mathématiques ». Chacune des cinq journées sera structurée autour d'un apport de connaissances suivi d'un atelier de lecture de textes historiques, et, l'après-midi, d'ateliers de conception de ressources pédagogiques. Les cinq journées portent sur les thèmes suivants (intitulés non définitifs) :

1. **Frédéric Métin** La fortification au tournant du XVII^e siècle : de la forme vue à la figure géométrique
2. **Nathalie Chevalarias** La perspective artistique : un point de vue mathématique
3. **Guillaume Moussard** Voir les signes pour penser les mathématiques
4. **Frédéric Laurent** Résoudre des problèmes arithmétiques avant (et après) l'invention de l'algèbre, une diversité de points de vue
5. **Bertrand Eychenne** Voir en géométrie : le dessin comme outil d'analyse et d'application des mathématiques

Les informations et le formulaire de préinscription sont accessibles sur la page <https://conferences.cirm-math.fr/3024.html>

Mise à jour (juin 2023). Une réunion en visioconférence a eu lieu le 20 mai 2023, réunissant Guillaume Moussard, créateur et organisateur de l'école d'été, les quatre autres animateurs et Pierre Ageron. Il est constaté 38 inscrits (hors animateurs), dont au moins 6 professeurs de collège (une seule l'année dernière) – ce qui invite à infléchir un peu la formation vers le

collège. Un dossier partagé a été créé afin que les animateurs déposent (pour le 30 juin) le cours écrit et les textes à faire lire et (pour le 15 juillet) les descriptifs des thèmes d'atelier.

► École d'été de 2024

Les dates de la troisième édition sont déjà fixées, car il était nécessaire de réserver très tôt auprès du CIRM : elle se tiendra du 15 au 19 juillet 2024. Guillaume Moussard nous quittant pour d'autres horizons professionnels, l'organisation est désormais confiée à Bertrand Eychenne et Thomas De Vittori. Le thème n'est pas encore défini.

► Projet d'école de recherche pour 2025

En 2025, il est envisagé d'organiser à la place de l'École d'été une École de recherche (au sens où l'entend le CIRM) « didactique et histoire des mathématiques », avec des enseignants et des chercheurs. Cette formule implique un dossier scientifique plus dense, mais permet une implication financière du CIRM plus importante. Des échanges et réunions de préparation ont eu lieu avec Pierre Ageron, Thomas De Vittori, Bertrand Eychenne, Michela Maschietto, Guillaume Moussard, Rossana Tazzioli et Dominique Tournès. La préparation du dossier auprès du CIRM est en cours ; une première ébauche a été réalisée par Thomas De Vittori et un point sera fait dans les semaines qui viennent.

Anne Boyé rappelle son souhait que les écoles d'été puissent changer de lieu et de région ; ce souhait est largement partagé, mais trouver un nouveau lieu pour 2024 était difficile et les opportunités d'avoir une date au CIRM peu nombreuses. De plus, il était intéressant de garder contact avec le CIRM pour préparer au mieux une école de recherche pour 2025.

Deux idées ressortent de la discussion :

- réserver une place aux aspects didactiques dans l'école d'été de 2024, en préfiguration de l'école de recherche 2025 ;
- chercher si un autre lieu, avec un IREM associé, pour l'école d'été de 2026.

Prochains colloques de la CIIÉHM

► Colloque de 2024

Organisé par les IREM de Dijon et de Franche-Comté, notre XXV^e colloque aura lieu à Besançon du jeudi 23 au samedi 25 mai 2024, à l'UFR Sciences et Techniques de l'université de Franche-Comté. Le thème retenu est « Histoire des mathématiques pour tous et toutes » ; après discussion, nous assumons son ambiguïté : il peut se lire comme « {Histoire des mathématiques} pour tous et toutes » ou « Histoire des {mathématiques pour tous et toutes} ».

Le comité d'organisation local est en place et a commencé les démarches. Les locaux, à l'université de Besançon, sont en travaux et seront tout neufs pour accueillir le colloque ; des rendez-vous sont prévus en juin pour le financement. Pierre Maujonnet a accepté de s'occuper du site du colloque.

Le comité scientifique a été constitué par les co-responsables de la CII : il comprend Alain Bernard, Renaud d'Enfert, Caroline Ehrhardt, Hombeline Languereau, Frédéric Métin, Anne-Laure Thiel, Nathalie Chevalarias et Pierre Ageron.

Mise à jour (juin 2023) Les orientations du colloque de Besançon ont été rédigées par le comité scientifique lors d'une réunion en visioconférence lundi 29 mai. La fiche d'appel à communication est jointe au présent envoi. La date limite pour proposer exposés ou ateliers est fixée au **11 novembre 2023**.

► Colloque de 2025

Il faut déjà penser au colloque de 2025 puisqu'il a été décidé de recaler nos colloques sur les années impaires (le décalage a été dû au report du colloque de Toulouse de 2021 à 2022 à cause de la crise du covid). Ce XXVI^e colloque marquera le cinquantième anniversaire de la CIIÉHM (première réunion le 10 mai 1975) et nous avons souhaité pouvoir l'organiser à Paris ou dans ses environs. Alain Bernard nous explique que contrairement à ce qu'il avait espéré, il serait très compliqué, voire impossible, qu'il soit organisé par les seules forces de l'IREM de Paris Nord. Une co-organisation avec l'IREM de Paris est alors suggérée ; Pierre et Nathalie vont contacter au plus vite les collègues de l'IREM de Paris pour savoir si c'est envisageable.

Mise à jour (juin 2023) Il est apparu, suite aux différents échanges de courriels qui ont suivi la réunion, qu'un colloque à Paris ou dans ses environs n'est pas du tout envisageable. François Goichot nous avait proposé lors de la réunion précédente, si aucune autre solution n'était trouvée, d'organiser le colloque de 2025 à Valenciennes, en lien avec l'IREM de Lille. Nous nous orientons donc vers cette solution. François prend actuellement les contacts locaux et régionaux nécessaires.

Calendrier des réunions 2023-2024

Les dates de la journée des CII et de notre colloque de Besançon étant déjà fixées, il est décidé pour équilibrer l'année de positionner deux réunions entre les deux, dont une en visioconférence. Le calendrier suivant est arrêté :

- Samedi 30 septembre 2023 (à Paris, à l'occasion de la journée des CII)
- Samedi 2 décembre 2023 (en visioconférence)
- Samedi 3 février 2024 (à Paris)
- Du jeudi 23 au samedi 25 mai 2024 (colloque, à Besançon)

Plusieurs idées d'intervenant(e)s sont données, en plus de ceux et celles déjà sollicité(e)s l'année dernière et qui n'avaient pu se libérer ; les invitations vont être lancées et les journées organisées en fonction des disponibilités.

Il faudra aussi lors de la prochaine réunion prévoir un calendrier des élections pour le renouvellement des co-responsables et des membres du bureau.

Le 12 juin 2023, Pierre et Nathalie participeront en visioconférence à la réunion de l'ADIREM qui se tiendra ce jour-là à Marseille pour échanger sur la répartition des heures dédiées aux CII.

Ouvrages de la CII parus et en cours

- Nathalie Chevalarias a apporté neuf exemplaires de l'ouvrage *Géométries d'hier à demain : pratiques, méthodes, enseignement* ; elle les distribue aux personnes présentes. Des envois postaux ont également eu lieu et d'autres sont prévus dans les semaines à venir. Rappelons qu'il s'agit des actes de notre colloque de Poitiers, constituant un beau volume de 474 pages édité par l'IREM&S de Poitiers. Une version numérique gratuite est en ligne : <http://irem.univ-poitiers.fr/colloque2019/actes.html>
- Frédéric Laurent donne des nouvelles du livre de la CII dont il assure la direction, intitulé (provisoirement ?) *Vivre les mathématiques au lycée par des approches historiques*. Le

manuscrit a été envoyé à six éditeurs. Plusieurs ont montré de l'intérêt ; les contacts les plus avancés sont avec UGA éditions (Grenoble) d'une part et avec Adapt-SNES (Paris) d'autre part. Une dernière (?) réunion de travail des auteurs aura lieu début juin afin de décider de l'éditeur et pour évoquer les contraintes éditoriales que chaque auteur devra scrupuleusement respecter. Par ailleurs, l'avant-propos a été rédigé par Frédéric, relu par Nathalie et Pierre.

Mise à jour (juin 2023) La réunion susmentionnée a eu lieu en visioconférence mercredi 7 juin. Il a été décidé d'opter pour les éditions Adapt. En attendant les consignes de l'éditeur, il est demandé aux auteurs de déposer sur <https://drive.uca.fr> les figures (un fichier par figure) et de remplir la fiche de présentation des auteurs, tout ceci avant le **2 juillet**. Frédéric enverra un compte-rendu plus détaillé de la réunion pour les collègues directement concerné(e)s.

- Les actes du colloque de Toulouse *Les Mathématiques et les Sciences* sont dirigés par Guillaume Loizelet. Quinze articles ont été recueillis. Il est prévu une publication aux Presses universitaires du Midi.

Mise à jour (juin 2023) Le rendez-vous que le directeur des PUM avait donné à Guillaume a été retardé par divers aléas, mais les contacts ont commencé ; Guillaume est plutôt confiant et espère que l'accord sera conclu avant la fin du mois de juin. Le processus de relecture démarrera aussitôt.

Autres ouvrages

Mahdi Abdeljaouad fait circuler un exemplaire des *Actes du XIV^e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes*, colloque qui s'est tenu en Tunisie en mai 2022. Mahdi ou Pierre peuvent en envoyer une version pdf aux collègues intéressé(e)s.

Actes du XIV^e Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes

Sousse, 6-8 mai 2022
(COMHISMA 14)



Hmida HEDFI & Mahdi ABDELJAOUAD

(Editeurs)

Tunis, Décembre 2022

Le nouveau portail des IREM

Le nouveau portail des IREM est depuis peu accessible au public.

La rubrique de la CIIÉHM contient deux sous-rubriques :

- une intitulée « Documents internes » comme pour chaque CII, elle a été alimentée avec des articles sur les groupes d'histoire des mathématiques des IREM, les comptes-rendus de nos réunions et les plannings ;

- l'autre intitulée « Ressources en épistémologie et histoire des mathématiques » qui contient déjà des articles sur les productions des groupes, des références pour débiter et la carte interactive d'Henrique Vilas Boas (anciens articles récupérés).

Cette dernière rubrique contiendra les sous-rubriques « Passerelles » et « Les grands textes »

Des rubriques communes à toutes les CII sont consacrées aux colloques et aux ouvrages publiés ; les derniers en date ont été saisis, la mise à jour vers les plus anciens va se faire progressivement.

Les responsables de groupe vont être sollicités par Nathalie pour aider à mettre à jour les groupes et les productions.

Nouvelle leçon au CAPES

Il est rappelé qu'une nouvelle leçon est apparue cette année dans la liste de la première épreuve orale du CAPES de Mathématiques :

43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.

Suite à la suggestion de Frédéric Laurent lors de la CII du 26 novembre 2022, Pierre Ageron a organisé un groupe de travail pour réfléchir sur cette leçon. Une première réunion de ce groupe a eu lieu par visioconférence le 4 mars ; elle rassemblait Pierre Ageron, Alain Bernard, Nathalie Chevalarias et Frédéric Laurent. Une seconde réunion a eu lieu, toujours par visioconférence, le 28 avril ; elle rassemblait les mêmes plus Frédérique Plantevin et Renaud Chorlay. Hombeline Languereau qui souhaitait rejoindre le groupe a été victime d'un oubli de la part de Pierre, qui lui renouvelle ses excuses. Damien Thomine (Orsay) a aussi participé. Jacques-Arthur Weil (Limoges) qui avait pris contact a été tenu au courant de nos réflexions.

La question se pose de savoir comment diffuser le fruit de nos réflexions et de la manière de répondre au mieux à nos collègues qui demandent de l'aide. Il ne s'agit évidemment pas de se poser en « donneurs de leçons », mais de faire partager nos réflexions. Deux pistes apparaissent.

D'une part, un bilan de nos échanges des 4 mars et 28 avril sera rédigé [il est annexé au présent compte-rendu]. Comme nous n'entendons pas proposer de plan-type pour la leçon 43, il ne reprendra que des observations générales sur la façon de comprendre cette leçon, observations auxquelles nous sommes parvenus de manière plutôt consensuelle. Il ne mentionnera pas les exemples concrets de leçons auxquelles nous avons assisté à Créteil, Paris, Clermont-Ferrand, Caen, Brest – qui nous ont cependant été essentielles pour comprendre comment les préparateurs l'appréhendaient spontanément. Nous envisageons de le faire apparaître sur nos pages du portail des IREM, et nous verrons ensuite si nous le diffusons davantage.

D'autre part, il est envisagé de compléter et diffuser le très éclairant diaporama déjà conçu par Alain Bernard à l'intention de ses étudiant(e)s.

Projet Lumni de vidéos d'histoire des mathématiques

Il est rappelé que la plateforme éducative Lumni a passé commande à la réalisatrice Cassia Sakarovitch d'une série de 15 épisodes pour l'automne prochain. Cassia Sakarovitch a réuni un conseil scientifique formé de Luca Agostino, Martin Andler, Évelyne Barbin, Tatiana Beliaeva, Nathalie Chevalarias, Marc Moyon et François Plantade. Elle nous avait dit chercher des enseignant(e)s en lycée qui accepteraient de la recevoir pour montrer les vidéos à des classes et avoir des retours « élèves » avant la version définitive. Alain Bernard indique avoir pris contact avec elle pour lui proposer des noms ; le projet suit son cours.

Nouvelles diverses

- Renaud Chorlay a soutenu le 5 mars 2023 son habilitation à diriger des recherches, sous l'intitulé « Recherches en histoire et en didactique des mathématiques ». Nous lui exprimons au nom de la CIIÉHM nos plus chaleureuses félicitations.
- Ezzaim Laabid (ENS de Marrakech) nous a signalé par courriel la parution d'un ouvrage collectif en anglais sur un thème qui intéressera beaucoup d'entre nous : Dirk De Bock (dir.), *Modern Mathematics: an International Movement ?*, Springer, 2023. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-11166-2>
- Michèle Lacombe nous fait part du décès, le 29 mai 2023, de Pierre Legrand, inspecteur général honoraire de mathématiques, à l'âge de 91 ans. Il a souvent contribué au *Bulletin* de l'APMEP, notamment par une série d'articles sur les grands recueils de récréations mathématiques : Anthologie grecque, Alcuin, Bachet, Ozanam.
- Les actes complets de notre XVIII^e colloque (*Circulation Transmission Héritage*, Caen, 2010) sont désormais téléchargeables sous la forme de tirés à part numériques de chaque article, et pour l'instant seulement sur Publimath. Il reste à l'IREM de Caen des exemplaires papier du volume complet, désormais remis gratuitement (n'hésitez pas à en demander à Pierre). <https://publimath.univ-irem.fr/biblio/IWH11001.htm>



14h15 – 17h : Réunion de la CIIÉHM, deuxième partie : exposés

Nous avons entendu deux exposés sur le thème de l'algèbre :

- 14h15 – 15h15 Cédric Vergnerie (IREM d'Aquitaine) Le concept de racine dans le cours de Leopold Kronecker sur la théorie des équations algébriques

Résumé (rédigé par Pierre A.) : Si les papiers de Leopold Kronecker semblent avoir été détruits en 1945, des manuscrits d'élèves nous conservent les cours qu'il a donnés à l'université de Berlin entre 1872 et 1891. Parmi eux, les cours sur les équations algébriques sont inédits : Cédric Vergnerie qui les a étudiés nous en présente quelques manuscrits, y compris des notes prises en sténographie. Il détaille ensuite l'évolution du traitement par Kronecker du théorème de Sturm (1829), qui permet de calculer le nombre de racines d'un polynôme dans un intervalle réel donné. Les premières démonstrations que Kronecker proposait à ses étudiants reposaient sur le théorème des valeurs intermédiaires de Bolzano (1817). Sceptique quant au caractère effectif de l'argument dichotomique de Bolzano, il a ensuite tenté de se passer de la continuité. Soucieux de montrer « la vraie nature des choses » et jugeant que les formules y contribuent, il a généralisé le théorème de Sturm sous la forme :

$$\sum_{x_1 < \xi < x_2} \operatorname{sgn}(f'(\xi)f_1(\xi)) = -\frac{1}{2} \sum_{h=1}^v \operatorname{sgn}(f_{h-1}(x_1)f_h(x_1)) + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^v \operatorname{sgn}(f_{h-1}(x_2)f_h(x_2))$$

Enfin, Kronecker en est venu à critiquer la notion même de racine, puisque, tout compte fait, un nombre tel que $\sqrt{2}$ « s'explique uniquement par l'équation $(\sqrt{2})^2 - 2 = 0$ ». S'il paraît alors illusoire de calculer les racines d'un polynôme, l'essentiel est de les séparer sous la forme d'une liste d'intervalles à extrémités rationnelles dont chacun n'en contient qu'une.

Quoique non exempt de contradictions liées au poids de la tradition, l'esprit de l'enseignement de Kronecker est déjà celui des mathématiques constructives.

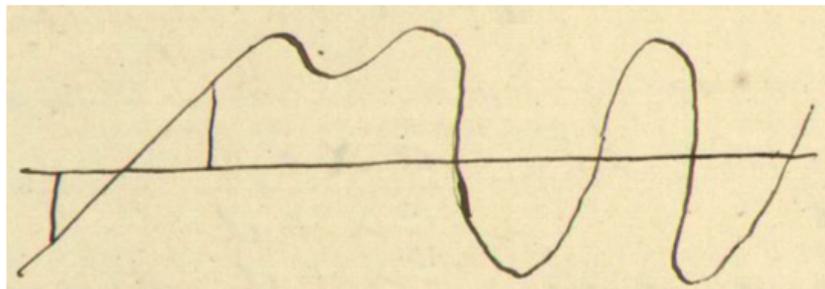


schéma dans un manuscrit de Kronecker daté de 1881

Un article complet de Cédric sur ce sujet est paru dans la *Revue d'histoire des mathématiques* en 2019 ; le fascicule peut être téléchargé sur le site de la SMF :

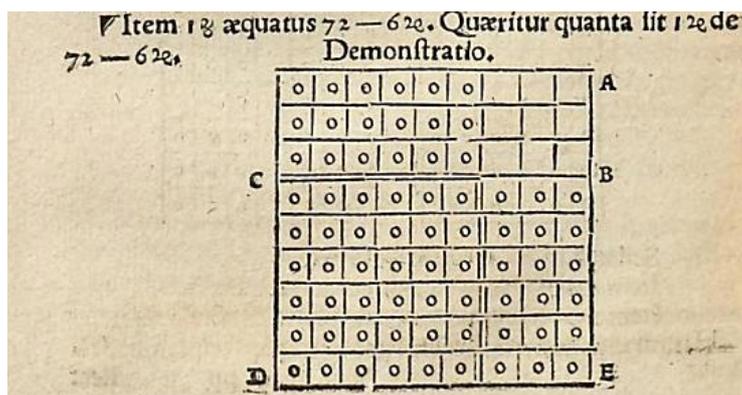
https://smf.emath.fr/system/files/filepdf/smf_rhm_25_1_complet.pdf

- 15h30 – 16h30 Pierre Ageron (IREM de Caen Normandie) Autour des polynômes à coefficients entiers naturels.

Résumé : En introduction, Pierre Ageron indique que les coefficients dont il sera question ne sont pas les « grandeurs coefficients » de Viète destinées à assurer l'homogénéité d'une « puissance affectée », mais de simples multiplicités, entières et positives. Il rappelle alors la conception arabe des polynômes comme collections hétérogènes d'objets : dirhams, racines, avoirs. Rassemblant un faisceau d'indices textuels et évoquant des auteurs du IX^e siècle dont peu d'écrits subsistent (Ibn Turk, al-Sarakhsī...), il suggère qu'a pu exister à cette époque une version arithmogéométrique « à la Nicomaque » de la justification par « complétion du carré » de l'algorithme de résolution des équations du second degré, dans les cas où les racines sont en nombre pair (c'est-à-dire où le « coefficient de x » est pair). Il montre ensuite l'affinité structurelle entre cette hypothétique algèbre néo-pythagoricienne et les démonstrations bijectives en théorie des ensembles constructive de la fin du XX^e siècle. Il cite le principe de simplification : $X + \mathbf{n} \cong Y + \mathbf{n} \Rightarrow X \cong Y$, puis le surprenant théorème énoncé par William Lawvere en 1994 : $X \cong \mathbf{1} + X^2 \Rightarrow X^7 \cong X$. Ce dernier peut être prédit par l'heuristique dépourvue de sens consistant à noter que les racines complexes du polynôme $X^2 - X + 1$ sont des racines sixièmes de l'unité, donc vérifient $x^7 = x$; on peut alors le démontrer rigoureusement par un calcul astucieux, ou via un jeu de solitaire dû à Jean-Paul Davalan :

<http://jeux-et-mathematiques.davalan.org/jeux/solitaires/objlogic/index.html>

Lors des questions, Odile Kouteynikoff signale que des figurations en nombres – et non en lignes – d'équations du second degré semblables à celles conjecturées dans l'exposé existent dans l'*Arithmetica integra* de Michael Stifel (1544). Voici l'exemple de $x^2 + 6x = 72$:



Quelques remarques sur la leçon 43 pour la première épreuve orale du CAPES de mathématiques : « Exemples d’approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée »

issues des travaux du groupe constitué d’Alain Bernard, Frédéric Laurent, Nathalie Chevalarias, Pierre Ageron, Renaud Chorlay et Frédérique Plantevin, réuni les 4 mars et 28 avril 2023

Rédaction : Pierre Ageron, avec l’aide de Renaud Chorlay

1) Une leçon liée aux programmes actuels

Apparaissant en 2023, cette leçon suit logiquement l’évolution, commencée en 2019, des programmes de mathématiques du lycée général et technologique, qui donnent une importance jamais vue à l’approche historique :

Seconde générale et technologique

<https://eduscol.education.fr/document/24553/download>

Première générale (mathématiques intégrées à l’enseignement scientifique)

<https://eduscol.education.fr/document/41635/download>

Première générale (spécialité)

<https://eduscol.education.fr/document/24565/download>

Terminale générale (option mathématiques complémentaires)

<https://eduscol.education.fr/document/24571/download>

Terminale générale (spécialité)

<https://eduscol.education.fr/document/24568/download>

Terminale générale (option mathématiques expertes)

<https://eduscol.education.fr/document/24574/download>

Au niveau du collège, les programmes n’évoquent pas l’approche historique, mais le guide ministériel *La Résolution de problèmes mathématiques au collège* y revient avec insistance : <https://eduscol.education.fr/document/13132/download>

Il nous paraît donc judicieux que le candidat¹ montre, en introduction de sa leçon, qu’il connaît les indications générales explicitées dans les programmes :

– caractère facultatif de l’approche historique (sauf dans l’option mathématiques complémentaires où « approche historique de la fonction logarithme » est un des thèmes du programme) ;

¹ Malgré les doutes qu’on peut avoir sur lui, le traditionnel « masculin de neutralité » est utilisé dans tout ce compte-rendu pour ne pas l’alourdir.

- recours à l'approche historique pour donner du sens aux notions et mettre en avant la résolution de problèmes ;
- lien entre problèmes historiques et aspects algorithmiques ;
- usage possible de sources primaires.

2) Ce que (selon nous) cette leçon n'est pas, et ce qu'elle pourrait être

Ce n'est pas une leçon sur l'histoire des mathématiques ! On n'attend pas du candidat qu'il soit un spécialiste de ce sujet, et il est de son intérêt de se montrer prudent sur les affirmations historiques tranchées. Cependant, le candidat qui a bénéficié de cours d'histoire des mathématiques durant sa formation peut bien entendu s'appuyer dessus.

Il est important de savoir que le jury lui-même ne contiendra pas, en général, de spécialiste de l'histoire des mathématiques, ce qui devrait rassurer le candidat : comme dans toutes les autres leçons, le jury est là avant tout pour vérifier sa bonne maîtrise des mathématiques élémentaires, sa capacité à exposer clairement et rigoureusement et à faire des liens entre notions, sa connaissance des programmes, sa capacité à montrer un embryon de réflexion didactique ou pédagogique et sa capacité à utiliser des outils numériques là où c'est pertinent.

Cette leçon n'est pas non plus une leçon de « culture générale » un peu vague – même si le point de vue culturel, en général le mieux compris des étudiants, n'est pas à négliger.

Elle n'est pas non plus une leçon de didactique sur l'intérêt de l'approche historique – même si des allusions didactiques sont possibles, voire souhaitables, dans l'introduction générale et la présentation de chaque exemple.

En résumé, c'est l'aspect disciplinaire qui passe en premier dans cette épreuve.

Mais pour autant, ce n'est pas une leçon de mathématiques entièrement comme les autres : il ne suffit pas d'avoir mentionné le nom d'un savant du passé pour dire qu'on a proposé une approche historique. Les collègues le sentent fort bien, et c'est bien pour cela que de nombreux membres de la CIIÉHM ont été sollicités pour faire passer cette leçon aux étudiants !

Dans l'intitulé de la leçon, les mots « approche » et « notion » peuvent interroger. À notre sens, le terme « approche » ne doit pas être limité aux situations d'introduction ou de découverte : on peut l'entendre en un sens plus large, comme lorsqu'on parle de « multiplier les approches » sur une notion. Le mot « notion » est lui aussi, selon nous, à prendre au sens large : un concept mathématique, mais aussi une méthode, un algorithme, un procédé de démonstration conviennent.

3) Une leçon d'exemples

Sur le nombre d'exemples, nous avons au début des idées assez divergentes. Tout compte fait, la fourchette raisonnable nous semble aller de deux exemples (ce qui est peu, mais peut suffire s'ils sont riches) jusqu'à six (ce qui est un maximum). Il est souhaitable de varier, et de couvrir plusieurs grands domaines des mathématiques. Le thème de l'histoire des logarithmes est le seul thème historique imposé par les programmes : il est donc fortement recommandé.

Il est impératif qu'il y ait au moins un exemple au niveau collège et un au niveau lycée. Si le sujet choisi s'y prête, un des exemples peut aussi être à double approche (niveau collège, niveau lycée).

Au moins un exemple sortant du domaine européen ou de l'Antiquité gréco-romaine serait sans doute apprécié.

Il semble judicieux d'introduire chaque exemple par une phrase disant dans quel contexte et quel but pédagogique on le propose, mais sans insister sur l'aspect didactique. Il faut simplement se tenir prêt aux éventuelles questions du jury sur le potentiel didactique des exemples choisis, notamment lorsque le contenu mathématique lui aura semblé limité.

Il importe de choisir des exemples motivants, éclairants, susceptibles d'ouvrir une perspective, de donner du sens à un objet, une méthode ou un théorème du programme – mais aussi susceptibles d'intriguer, d'intéresser, de décaler le regard. Les programmes de lycée en citent beaucoup. Les exemples reposant sur un bref texte historique sont intéressants, mais d'autres voies sont possibles.

Il est essentiel de faire en sorte que chaque exemple puisse faire l'objet d'un développement suffisamment riche, avec un contenu mathématique substantiel, clairement exposé et bien maîtrisé.

Il est conseillé de privilégier les exemples réutilisables dans d'autres leçons, telles que : Constructions géométriques, Proportionnalité, Suites et approximation, Arithmétique, Exemples de raisonnements, Exemples d'algorithmes, etc. Cependant le même exemple ne sera pas présenté exactement de la même manière dans les différentes leçons où il peut prendre place.

4) Une leçon qui nécessite un minimum de ressources bibliographiques

La question des ressources bibliographiques est cruciale et difficile, la bibliothèque numérique du CAPES offrant peu de choses. La règle est que le candidat peut apporter tout ouvrage portant un numéro ISBN (hors ouvrages interdits par le jury) à condition qu'il ne soit pas annoté.

Nous pensons aux ressources suivantes :

– Quelques manuels proposent des ressources intéressantes (activités, pages « histoire », frises chronologiques), notamment la collection de l'éditeur Lelivrescolaire.fr qui est accessible en ligne (malheureusement pas dans la bibliothèque numérique du CAPES).

– La collection des petits « Classiques du Kangourou » peut être très utile pour proposer des extraits de texte et les contextualiser. Elle contient six volumes : Euclide, al-Khwarizmi, les Neuf chapitres, Fibonacci, Descartes, Ozanam [prix unitaire : 5 euros].

– L'ouvrage d'Évelyne Barbin, *Faire des mathématiques avec l'histoire au lycée* (Ellipses, 2019).

– Les différents ouvrages de la CIIÉHM, notamment :

De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet (Vuibert et Adapt Snes, 2010) ;

Les mathématiques éclairées par l'histoire, des arpenteurs aux ingénieurs (Vuibert et Adapt Snes, 2012).

Et bien sûr notre prochain ouvrage *Vivre les mathématiques au lycée par des approches historiques* lorsqu'il sera paru !

25^e COLLOQUE INTER-IREM
ÉPISTÉMOLOGIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
vendredi 24 et samedi 25 mai 2024
Histoire des mathématiques pour tous et toutes
Université de Franche-Comté, Besançon

Le thème peut être compris de deux façons complémentaires.

Il s'agira d'une part de se demander quelles ont été, à différentes époques, en France ou ailleurs, les fonctions sociales de l'enseignement des mathématiques et les formes qu'il a prises pour s'adresser au plus grand nombre. À qui les mathématiques ont-elles été enseignées ? L'ont-elles été différemment suivant les publics visés et les situations locales ? Quand, pourquoi, comment ont-elles été introduites dans les écoles techniques et professionnelles industrielles, commerciales ou agricoles ? dans les établissements de jeunes filles ? Quels efforts ont été faits pour sensibiliser aux mathématiques les publics éloignés de l'école, par exemple dans les cours publics pour ouvriers, les cours d'adultes des écoles primaires ou l'éducation populaire ? À quel type de littérature (encyclopédies, manuels, matériel pédagogique) ces formes innovantes ont-elles correspondu ? Quelle a été la réalité de la démocratisation scolaire, par exemple avec la réforme des « mathématiques modernes » ?

D'autre part, l'idée de promouvoir une approche historique de l'enseignement des mathématiques a elle aussi une histoire. D'où est venu ce « besoin d'histoire » ? Concernait-il une élite ou le plus grand nombre ? Si les IREM militent depuis l'origine pour l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement, cette position a-t-elle été consensuelle ? Quels publics scolaires, universitaires, ou autres ces idées visent-elles ? Mise en avant depuis 2019 dans les programmes des lycées généraux, l'approche historique a été éliminée de ceux du lycée professionnel et reste quasi-inexistante dans ceux du collège ; dans l'enseignement supérieur, notamment la formation des enseignants, sa part est variable. Comment interpréter ou critiquer ces divergences ? Correspondent-elles à la réalité des pratiques de classes, selon les publics d'élèves ou étudiants ? Existe-t-il des disparités ou des concordances internationales ? Comment construire des situations pertinentes liées à l'histoire des mathématiques qui permettent d'enseigner ces dernières à tous et toutes ?

PROPOSITION D'INTERVENTION
(remplir une fiche par proposition)

Nom et prénom :

IREM :

Établissement (adresse complète) :

Académie :

T.S.V.P.

Nature de la proposition :

un atelier (2 h 30) ou un exposé (1 h) (supprimer la mention inutile)

N.B. Il est rappelé que le principe d'un atelier est la mise en activité des participants, notamment à partir de textes historiques ou de matériel pédagogique, ainsi que l'interaction entre participants et animateur(s).

Titre :

Résumé ou présentation (en 10 lignes environ) :

Principaux textes historiques sur lesquels s'appuiera l'exposé ou l'atelier :

Matériel dont vous aurez besoin (matériel de présentation, matériel pédagogique spécifique, ...) :

À renvoyer par courriel avant le **11 novembre 2023** aux deux adresses suivantes :

- Pierre Ageron : ageron@unicaen.fr

- Nathalie Chevalarias : nathaliechevalarias.irem@gmail.com