

## Les mathématiques et le réel : expériences, instruments, investigations

### Présentation des activités

#### La conférence publique (1 h)

##### D'un réel à l'autre : des outils réflexifs

*Stella BARUK, Paris*

Si arpentages, calculs d'aires, de volumes, gestion de biens et partages d'héritages, ont constitué depuis la nuit des temps certains domaines d'activité humaine, des outils de pensée créés à cet effet se sont au cours de l'histoire mis à vivre de leur vie propre, se travaillant eux-mêmes, et créant de ce fait un *réel* bien particulier, celui des mathématiques. Ces « outils réflexifs » sont principalement une langue et des notations spécifiques, qui se trouvent être tout à la fois matière et outil. Parmi les très nombreux sujets permettant d'illustrer leurs aspects terminologiques et symboliques, il en est deux qui seront plus particulièrement abordés, tant ils représentent des domaines « sensibles » pour élèves et professeurs, et tant il s'y est déposé d'Histoire. À partir de l'analyse de quelques copies d'élèves significatives de ces enjeux, il sera proposé certains exercices de « traduction » mettant en évidence l'existence d'un avant et d'un après Descartes : ils pourraient contribuer à faire prendre conscience de la lisibilité d'écriture, de la facilité de lecture et donc de l'accès au sens tant des puissances, dès le collège, que des équations du premier et second degré au lycée, telles qu'elles leur sont aujourd'hui proposées.

#### Les conférences plénières (1 h)

##### C1 – Approcher l'astronomie mathématique en classe : un exemple d'usage d'éléments d'histoire des cosmologies chinoises et grecques

*Cécile de HOSSON, Université Paris-Diderot*

##### C2 – Instruments de l'histoire pour enseigner et apprendre : le cas des machines mathématiques

*Michela MASCHIETTO, Université de Modène*

##### C3 – Les mathématiques sont abstraites parce qu'elles sont abstraites

*Dominique BÉNARD, IREM des Pays de la Loire*

#### Les exposés (1 h)

##### E1 – La *Dioptre* de Héron d'Alexandrie : un instrument, des problèmes, des investigations pratiques et théoriques

*Évelyne BARBIN, IREM des Pays de la Loire*

Au 1<sup>er</sup> siècle de notre ère, le mathématicien, mécanicien et ingénieur Héron d'Alexandrie écrit un ouvrage intitulé la *Dioptre*, dans lequel il décrit un instrument aux nombreux usages, ainsi que sa construction. Il montre

en effet qu'il permet de résoudre beaucoup de problèmes qui constituent autant de défis : comment mesurer la largeur d'une rivière ? comment mesurer la hauteur d'une tour ? même si la base n'est pas accessible ? creuser un tunnel dans la bonne direction ? mesurer l'aire d'un champ ? même s'il nous est interdit d'y pénétrer ? Les résolutions de tous ces problèmes font appel à la géométrie, c'est-à-dire à la ruse, ou encore à la pratique de la schématisation et de la construction, et à la théorie élémentaire des triangles. Elles peuvent faire l'objet d'activités à plusieurs niveaux d'enseignement.

## **E2 – Joseph Sauveur (1653-1716), les jeux de hasard, son *Traité de fortification* et ses travaux en acoustique musicale**

*Jacques BOROWXZYK, IREM d'Orléans-Tours*

Issu d'une famille bourgeoise angevine, né à La Flèche, sourd-muet jusque vers l'âge de six ans, Joseph Sauveur est un autodidacte en mathématiques qui deviendra successivement maître de mathématiques des pages de la Dauphine en 1680, professeur au Collège de France en 1686, géomètre à l'Académie des sciences en 1696, puis associé mécanicien et pensionnaire vétérinaire en 1699, examinateur des élèves ingénieurs où il succède à Vauban en 1702. Joseph Sauveur est considéré comme le créateur de l'acoustique musicale : ses communications à l'Académie des sciences tentent d'expliquer le phénomène d'ondes stationnaires, imaginant la notion de nœuds et de ventres et soulignent le phénomène de battements (1700). Il étudia les tuyaux sonores, les cordes vibrantes, observa l'existence des harmoniques et précisa l'intervalle des sons audibles.

## **E3 – Des outils pour enseigner la similitude : des livres de géométrie pratique aux manuels du secondaire au début du XX<sup>e</sup> siècle**

*Nathalie CHEVALARIAS, IREM de Poitiers*

Au tout début du XX<sup>e</sup> siècle, les instructions de la réforme de 1902-1905 demandent un enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire qui doit se baser sur plus de concret et d'expérimental. Elles indiquent de plus que l'enseignement de la géométrie pourra s'appuyer sur la notion de mouvement. Nous montrerons sur quelques exemples comment des méthodes et des outils de dessin, jusqu'alors réservés aux livres de géométrie pratique, vont être utilisés par les auteurs de manuels du secondaire pour répondre aux attentes des nouveaux programmes. En particulier, nous verrons comment les techniques de dessins vont permettre d'introduire, d'illustrer ou de faire travailler sur des exercices la similitude des figures, depuis la simple étude des triangles semblables jusqu'à la notion naissante de transformation.

## **E4 – Un dispositif original pour appréhender le réel en mathématiques : la résolution collaborative de problème**

*Marie-Line GARDES, IREM de Lyon et Sonia YVAIN, IREM de Montpellier*

Nous proposons d'engager une réflexion sur les mathématiques et le réel à partir d'un dispositif particulier : la résolution collaborative de problème en classe et entre classes. Les problèmes proposés pour une session de résolution collaborative sont issus de situations concrètes, pour lesquelles plusieurs modèles mathématiques sont envisageables. On attend des élèves qu'ils explorent la situation, fassent des choix permettant un traitement mathématique du problème, utilisent ou élaborent des concepts mathématiques pour modéliser les objets concernés par cette situation, mettent au point des procédures de résolution et de validation, vérifient la vraisemblance et la cohérence des solutions. Nous faisons l'hypothèse que ce type de problème favorise la dévolution du processus de mathématisation aux élèves. Nous proposons d'axer les réflexions et les discussions sur cet aspect en invitant les participants à vivre les différentes étapes du dispositif tout en illustrant nos propos par des productions d'élèves.

## **E5 – Le *Libro del misurar con la vista, di Silvio Belli vicentino...* de Silvio Belli (1565, éd. princeps)**

*Jean-Pierre LE GOFF, IREM de Basse-Normandie*

Présentation de l'ouvrage et de sa place dans l'histoire de l'arpentage.

Lecture commentée d'extraits du texte, dans une traduction de l'italien.

Pratique de mesures avec des instruments-répliques ou équivalents.

Mots-clés : arpentage, mesure de grandeurs inaccessibles, carré géométrique et bathymètre.

## E6 – Les génies de la multiplication

Frédérique PLANTEVIN, IREM de Brest

Avant d'être considérée comme une opération élémentaire, exécutée par la seule pression de quelques touches d'une calculatrice, la multiplication a été l'objet de beaucoup d'attentions et d'efforts. La maîtrise de son calcul était un enjeu économique tout autant qu'intellectuel et, pour y parvenir, des trésors d'inventivité ont été déployés depuis la fin du Moyen-Âge jusqu'à la deuxième moitié du vingtième siècle. Dans cet exposé, nous présenterons le développement de son calcul autour de trois idées : les tables de multiplication (de la *per gelosia* à la Millionnaire), le calcul par additions répétées (des jetons à la Curta) et les transformations (les nomogrammes, les instruments logarithmiques). Ces trois voies ont coexisté pendant de longues périodes, aboutissant à des instruments sophistiqués produits en grand nombre d'exemplaires après la révolution industrielle. Une telle diversité d'instruments, tous ingénieux et parfois magnifiques dans la qualité de leur finition étonne puis force l'admiration de celui qui les voit et encore davantage, de celui qui peut les manipuler. C'est ce que nous avons pu constater chez les petits, comme chez les grands, ignorants ou savants, lors de l'exposition « Multipliez ! » organisée par l'IREM de Brest en 2012. Nous tenterons de faire partager cette expérience.

## E7 – Cancer et hasard : et les mathématiques ?

Didier TROTOUX, Jacques FAISANT, Denis LANIER, Jean LEJEUNE et Rémy MORELLO, IREM de Basse-Normandie

Début janvier 2015, paraissait dans la revue *Science* un article dont les média rendaient compte en annonçant que le hasard et la malchance – « *bad luck* » – interviendraient dans un plus grand nombre de cancers que les facteurs environnementaux, comportementaux et héréditaires provoquant aussitôt de nombreuses réactions du public et des scientifiques, certaines d'entre elles allant jusqu'à remettre en cause l'utilisation des mathématiques dans le domaine médical voir de remettre en cause le rôle du hasard... L'objectif de l'exposé est de montrer comment les outils mathématiques développés par Karl Pearson au début du XX<sup>e</sup> siècle, ont été utilisés par Richard Doll et Austin Bradford Hill dans leur étude de 1950, « *Smoking and Carcinoma of the Lung* » publiée dans le *British Medical Journal*, pour inférer une relation entre le tabagisme et le cancer du poumon, à partir d'une enquête de grande ampleur.

## E8 – Usages du graphomètre dans l'enseignement, du parchemin à la tablette

Marc TROUDET, IREM de Grenoble

Utilisé pour la mesure des angles sur le terrain, le graphomètre est inscrit aux programmes des lycées et des écoles normales jusque dans la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle. Les exercices pratiques, de mesure de distances inaccessibles et levés de plan, sont préconisés en grand nombre car, en plus de donner du goût à l'étude de la géométrie, ils favorisent l'étude *in situ* du concept d'échelle. De nos jours, les séances au graphomètre permettent de mêler étroitement manipulation d'instruments, constructions géométriques sur papier ou avec logiciel de géométrie et calculs trigonométriques avec calculatrice. Lors de ces résolutions de problèmes d'arpentage, les collégiens expérimentent hors de la classe, passent de l'environnement concret à sa représentation géométrique et se confrontent à la réalité et aux erreurs de mesure.

## E9 – Instruments de perspective

Didier BESSOT, IREM de Basse-Normandie

Les principes et méthodes de construction selon la perspective centrale ont été établis au cours du 15<sup>e</sup> siècle principalement par les travaux de Leo Battista Alberti (1404-1472) puis de Piero della Francesca (ca.1415-1492). Cependant les premiers instruments pour dessiner en perspective n'apparaissent que dans les premières décennies du 16<sup>e</sup> siècle avec les machines imaginées par Albrecht Dürer (1471-1528) dans les deux éditions de son traité de géométrie pratique *Undermessung der Messung...* (1525, 1538). Ces dispositifs ont été ensuite repris au cours des 16<sup>e</sup> et 17<sup>e</sup> siècles par plusieurs auteurs de traités de perspective (Daniele Barbaro, Vignole-Danti, Salomon de Caus, Pietro Accolti, I. L. de Vaulezard, Pierre Hérigone, Jean-François Nicéron, Jacques Dubreuil) avec diverses modifications et adaptations. Jean-François Nicéron (1613-1648) décrit en outre un appareil nouveau pour tracer des images en perspective dans la réédition de 1648, en latin, des deux premiers livres de sa *Perspective curieuse* (1638), le *Thaumaturgus opticus...* Ce n'est qu'au milieu du 18<sup>e</sup> siècle qu'est inventé et décrit le premier appareil « automatique » de tracé perspectif par Jean-Henri Lambert (1728-1777)

dans son *Anlage zur Perspektive* (1752). L'exposé s'attachera à décrire et examiner en détail les machines de Dürer, donnera un aperçu des instruments postérieurs qui en ont dérivé, puis un examen de l'instrument imaginé par Niceron, et enfin proposera une étude de l'appareil de Lambert en relation avec sa théorie perspective.

## Les ateliers (2 h 30)

### A1 – La guerre souterraine : un manuscrit secret de Bélidor divulgué dans l'Empire ottoman

Pierre AGERON, IREM de Basse-Normandie

Lorsqu'on met à feu une charge souterraine explosive, quel volume de terre est excavé lors de l'explosion? A-t-il la figure d'un cône, d'un cône tronqué, d'un paraboloïde? Quelle quantité de poudre faut-il pour enlever un volume de terre donné? Quel rôle joue la nature du terrain? À ces questions, les ingénieurs de l'époque moderne ont tenté de répondre par des modèles et des expériences. Bélidor effleura le sujet dans son *Nouveau cours de mathématiques* (1725) et le développa dans un grand *Traité de la guerre souterraine*, achevé vers 1750. Ce dernier ne fut jamais imprimé afin d'en réserver le bénéfice à la France, mais des copies partielles circulèrent très tôt en Europe, notamment en Prusse. De là, les résultats de Bélidor passèrent dans l'Empire ottoman, par l'intermédiaire d'un « renégat » prussien établi à Belgrade, connu sous son nom musulman de Osman Efendi, qui compila en arabe un long traité de géométrie appliquée à la guerre (1778). L'atelier propose de vérifier les calculs de Osman et de les comparer à ceux de Bélidor.

#### Textes étudiés :

Bélidor, *Nouveau cours de mathématique à l'usage de l'artillerie et du génie*, 1725 (étude d'extraits, comparaison de différentes réimpressions).

Bélidor, *Traité de la guerre souterraine*, v. 1750, manuscrit inédit (étude d'extraits, sous réserve).

Osman Efendi, *L'offrande du converti pour ranimer la flamme éteinte*, manuscrit arabe inédit, 1778 (examen des figures et étude d'extraits traduits en français).

### A2 – La balance : instrument pratique et théorique

Évelyne BARBIN, Jenny BOUCARD, Anne BOYÉ, Françoise CHRÉTIEN, Carène GUILLET, Marie-Line MOUREAU, Catherine PICARD et Isabelle VOILLEQUIN, IREM des Pays de la Loire

La balance est un instrument de pesée qui manifeste d'emblée l'idée expérimentale d'équilibre. Dès les écrits d'Archimède, elle est l'objet d'une démonstration mathématique, celle de sa loi, et d'une découverte géométrique, celle du résultat de la quadrature d'un segment de parabole. Elle est traitée dans les siècles suivants, pour devenir un instrument de connaissance pratique et théorique, un argument ou un fondement dans de nombreuses investigations, mathématiques, physiques et mécaniques. Nous lirons certains héritiers d'Archimède, comme le mathématicien et ingénieur Simon Stevin. Nous examinerons des applications des idées de balance et d'équilibre, en particulier au polygone funiculaire. Les démonstrations de la loi de la balance permettront aussi d'engager une réflexion sur ce, qu'au long des siècles, il est considéré comme évident ou légitime. L'atelier reposera sur la lecture de textes qui peuvent déboucher sur des activités pédagogiques interdisciplinaires au lycée.

#### Textes étudiés :

Extraits de *De l'équilibre des plans et des centres de gravité des plans* d'Archimède, de *La Méthode relative aux théorèmes mécaniques* d'Archimède, de *L'art statique ou l'art de peser* de Simon Stevin (1586), du *Cours de mathématiques* de Charles-Étienne-Louis Camus (1752).

### A3 – Démarches d'investigation et instruments en arithmétique

Martine BÜHLER et Ghislaine IDABOUK, IREM de Paris

Certains textes historiques traitant des nombres entiers montrent des démarches d'investigation accessibles et qui donnent des résultats profonds. En particulier, Euler a repris des résultats donnés sans démonstration par Fermat (« petit » théorème de Fermat, diviseurs des nombres de Mersenne...), et les a démontrés grâce à des recherches sur les puissances des nombres. L'investigation sur ces puissances préfigure des résultats ultérieurs en algèbre, et met en place des méthodes essentielles. De plus, ces démarches peuvent être actuellement « instrumentalisées » grâce à des algorithmes. Lucas, explorant à son tour les diviseurs des nombres de

Mersenne, invente de nouvelles méthodes ainsi qu'un « échiquier » servant d'instrument de calcul en numération binaire. Nous étudierons des extraits de textes de Fermat, Euler et Lucas, en montrant également que certains de ces extraits peuvent être utilisés en classe au lycée, dans le cadre de l'algorithmique en arithmétique en TS.

**Textes étudiés :**

Extraits de la correspondance de Fermat, de communications d'Euler à l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg et de divers articles de Lucas.

## **A4 – ABAK**

*Luc CHANTELOUP, Prytanée national militaire de La Flèche*

Je vous propose, à partir d'un jeu de plateau très simple, original et inédit, à l'origine des jeux très anciens, une réflexion mathématique qui allie histoire des sciences, mouvement géométrique et calculs en probabilités et statistiques. Après une rapide présentation qui replacera cette invention dans le contexte, l'atelier permettra aux participants de s'approprier cet outil afin d'avoir un échange entre tous. Ce jeu qui se prête idéalement à un développement pédagogique, offre pour les chercheurs des champs immenses d'investigations scientifiques (sciences sociales, informatique, management, physique, chimie, biologie, mathématiques fractales, etc.).

## **A5 – Lumières lointaines**

*Renaud CHORLAY, IREM de Paris*

Nous proposons un atelier de lecture autour de textes proposant l'étude mathématique de phénomènes astronomiques accessibles à l'« observation » grâce au logiciel *Stellarium*. La sélection de textes permet d'illustrer la puissance de mathématiques élémentaires (proportionnalité, propriétés de collège sur les angles) dans des contextes non triviaux, pouvant fournir des pistes pour un travail en classe. Outre les aspects strictement mathématiques, une question de modélisation sera rencontrée sous différents angles : celle du parallélisme des rayons lumineux issus d'une source (quasi)-ponctuelle (suffisamment) lointaine. Enfin, l'atelier fournira l'occasion d'utiliser le logiciel libre d'astronomie *Stellarium* (<http://www.stellarium.org/fr/>) pour des observations, des conjectures ou des mesures.

**Textes étudiés**

Le passage sur la forme de la Terre dans *l'Almageste* de Ptolémée.

Des extraits de *Sur les grandeurs et les distances du soleil et de la lune* d'Aristarque de Samos.

La distance Terre-Lune expliquée « aux dames », selon La Lande.

Taches solaires et satellites de Jupiter, chez Galilée.

## **A6 – Expériences et investigations autour des machines arithmétiques de Blaise Pascal**

*Aurélie DEL PRETE et Nathalie VIDAL, Ville de Clermont-Ferrand, Muséum Henri-Lecoq et Frédéric Laurent, IREM de Clermont-Ferrand*

Blaise Pascal est l'inventeur de la première machine à calculer mécanique avec report automatique de la retenue. De cette invention va découler toute l'histoire scientifique et technique des calculateurs mais également des ordinateurs. La ville de Clermont-Ferrand possède deux originaux de la machine de Blaise Pascal, appelée communément pascaline. Au muséum Henri-Lecoq, un espace est dédié à Blaise Pascal. Une partie de cet espace est consacrée à la présentation de son invention et à des maquettes afin d'appréhender le fonctionnement de cette machine : reproductions fonctionnelles, maquette du sautoir à l'échelle 10, pascaline virtuelle. Pour compléter cette approche des ateliers pédagogiques (primaire, collège, lycée) sont proposés ainsi qu'une mallette « Des engrenages pour additionner ».

Déroulement de l'atelier : 1) présentation des machines arithmétiques de Blaise Pascal : la démarche scientifique (résolution d'un problème mathématique et technique, réalisation de prototypes, mise au point de l'exemplaire final, addition et soustraction, les perfectionnements), présentation des différents exemplaires originaux, 2) travail sur le texte de Blaise Pascal décrivant sa machine et son utilisation « Advis nécessaire à ceux qui auront la curiosité de voir la Machine Arithmétique, & de s'en fervir » et la « Lettre dédicatoire à Monseigneur Le Chancelier », 3) présentation et manipulations de la reproduction, 4) présentation et exploitation de la mallette.

## A7 – Approcher l’astronomie mathématique en classe : un exemple d’usage d’éléments d’histoire des cosmologies chinoises et grecques

Cécile de HOSSON et Nicolas DECAMPS, Université Paris-Diderot

« L’instrument de mesure finit toujours par être une théorie et il faut comprendre que le microscope est un prolongement de l’esprit plutôt que de l’œil ». Nous avons choisi d’illustrer cette phrase de *La Formation de l’esprit scientifique* (Bachelard, 1938) en présentant deux développements cosmologiques distincts ayant pourtant comme origine commune l’observation instrumentée de l’ombre formée par un bâton planté verticalement dans le sol. Aux spécificités théoriques et géométriques de ces développements font écho deux instruments de mesure – la tablette et la *scaphe* – dont nous montrerons qu’ils prolongent, en effet, l’esprit plutôt que l’œil. Une telle cohérence entre observation, modèle et instrument de mesure sera présentée comme un levier pour approcher, en classe, certains aspects épistémologiques. Les participants à l’atelier seront engagés dans une lecture commentée et expérimentalement accompagnée de deux textes anciens présentant les deux modèles cosmologiques grecs et chinois, modèles qui seront exploités dans une perspective didactique de mise en œuvre d’une démarche d’investigation.

### Textes étudiés :

Extraits du *De motu circulari corporum caelestium*. Texte présenté, traduit et commenté par Richard Goulet, coll. « Histoire des doctrines de l’Antiquité classique » 3, Paris, Librairie philosophique J. Vrin, 1980.

Extrait de *Astronomy and Mathematics in Ancient China – The ‘Zhou Bi Suan Jing’*, traduit et commenté par Christopher Cullen, Needham Research Institute Studies, 2007.

## A8 – Le gonomètre de Salomon de Caus et son manuscrit « Traicté de la mesure des lignes droictes avec les gonomètres »

Jean-Pierre LE GOFF, IREM de Basse-Normandie

Présentation de l’instrument et d’une réplique moderne.

Lecture commentée du texte.

Pratique de mesures avec les répliques.

Mots-clés : arpentage, mesure de grandeurs inaccessibles, triangulation et... gonomètre.

## A9 – Les cours de Jacques Rohault, entre mathématiques et physique

Patrick GUYOT et Frédéric MÉTIN, IREM de Bourgogne

Jacques Rohault (1618-1672), reconnu comme le plus important philosophe cartésien de la fin du XVII<sup>e</sup> siècle, était également un vulgarisateur hors pair des sciences de son époque ; ses conférences publiques sur la physique ont beaucoup marqué ses auditeurs et ont été publiées en 1671 dans son *Traité de physique*. Son œuvre imprimée ainsi que les minutes manuscrites de ses cours montrent une vision globalisante des sciences, mêlant les approches théorique et pratique, intellectuelle et sensorielle ; cela se lit particulièrement dans la géométrie, mais également dans la physique, la mécanique et la fortification. Notre atelier sera consacré à la lecture d’extraits des textes mentionnés, afin de mettre en évidence le lien étroit entre les mathématiques et le réel qui caractérise la pensée de Rohault.

### Textes étudiés

Jacques Rohault, *Traité de physique*, Paris, Vve Charles Savreux, 1671.

Jacques Rohault, *Œuvres posthumes*, Paris, Guillaume Desprez, 1682.

Jacques Rohault, *Cours de mathématiques*, manuscrits, vers 1660-1670, diverses provenances.

## A10 – Petite histoire de la détermination du point en haute mer

Xavier LEFORT, IREM des Pays de la Loire

Se situer en haute mer, loin des côtes, a toujours été le principal problème de la navigation hauturière. Les seuls repères possibles se trouvent dans le ciel, soleil, lune et étoiles. L’utilisation d’un système géocentrique a perduré jusqu’à aujourd’hui, conduisant à d’intéressants calculs en géométrie sphérique. L’atelier proposera un historique des méthodes de repérage, en s’arrêtant à quatre étapes : Pedro de la Medina (*L’Art de naviguer*, 1569), Simon Stevin (*De l’histiodromie*, 1634), Étienne Bézout (*Cours de navigation*, 1781), Thomas Sumner (*Finding a ship’s position at sea*, 1851). Lire et refaire les calculs issus des ouvrages de ces auteurs pour retrouver

leurs résultats et les commenter pourraient faire ressentir aux participants les sensations du grand large et... les mouvements du navire !

## A11 – L’atelier des grandeurs

Jean-Paul MERCIER, IREM de Poitiers (avec l’assistance de Jean-Paul GUICHARD)

Des mathématiques à toucher, des mathématiques à la main : une rencontre, dans des expériences proposées à mes élèves, avec certains outils ou objets que les hommes ont utilisés, ou en usage dans certains métiers. Nous verrons ainsi une partie de notre projet de l’IREM – Enseigner par les Grandeurs au collège : ANGLES, AIRES, VOLUMES, LONGUEURS de la 6<sup>e</sup> à la 3<sup>e</sup>. Les thèmes abordés : du récipiangle (1702) ou du radio-latino (1583) aux mesureurs d’angles actuels en usage dans certaines professions ; la pyramide réalisée avec des élèves actualisant la méthode initiée par Euclide pour calculer son volume ; le cube méconnu ; la sphère, une aire explicable ; des outils de mesure ou de proportions pour les longueurs. Expliquer comment les hommes ont conçu ces outils, avec quelles propriétés mathématiques, et pour quel usage réel, est au centre de nos apprentissages sur ces grandeurs. Construire des maquettes de ces outils en renforce la motivation.

### Textes étudiés

Manesson-Mallet, *La géométrie pratique*, vol. 3.

*Les mathématiques éclairées par l’histoire. Des arpenteurs aux ingénieurs* (chapitre sur la pyramide).

Brochures ANGLES 6<sup>e</sup> et ANGLES 5<sup>e</sup>, IREM de Poitiers.

## A12 – Deux et deux sont quatre (atelier de lecture)

Anne MICHEL-PAJUS, IREM de Paris

Dans les *Nouveaux Essais* (rédigés en 1704), Leibniz démontre, contre Locke qui pense cette vérité indémontrable, que « deux et deux sont quatre ». La preuve est succincte – et sera souvent discutée – mais nous disposons pour l’éclairer de manuscrits qui datent de la même époque, et qui retracent une tentative de construction de ce que nous appellerions une axiomatisation de l’anneau  $\mathbf{Z}$ , dans l’optique de la preuve leibnizienne, c’est-à-dire déduite logiquement de « A est A » et de définitions. Il ne s’agit pas d’un travail purement formel, car dans le choix des définitions (nombre, opérations) va s’insinuer le réel, ou plutôt le « sensible », plus ou moins théorisé par ailleurs. Mais quel sensible ? Les textes que nous lirons (partiellement inédits, traduits par moi du latin) raturés, surchargés, plusieurs fois repris, gardent des traces de gestes : mesurer, poser ensemble, ôter, progresser, régresser... et d’autres champs d’étude : algèbre, géométrie, méréologie... Nous partagerons nos réflexions, à la lumière des connaissances historiques, philosophiques, mathématiques, logiques, linguistiques, des participants.

### Textes étudiés

Leibniz, manuscrits LHXXXV, 1, 9 (traduction personnelle).

En complément éventuel : extraits de Leibniz, Bolzano, Peano, Wallis...

## A13 – Des instruments oubliés : les tables métrologiques du 18<sup>e</sup> siècle

Dominique TOURNÈS, IREM de la Réunion

Au 18<sup>e</sup> siècle, les systèmes de mesure (longueurs, poids, capacités, monnaies) sont complexes. De plus, ils varient d’un pays à l’autre, d’une région à l’autre, d’une ville à l’autre, d’une corporation à l’autre. L’atelier consistera à examiner quelques tentatives faites à cette époque pour faciliter les calculs monétaires et métrologiques. Les participants travailleront avec plusieurs sortes de tables numériques et graphiques conçues pour aider les citoyens, en particulier ceux qui étaient peu instruits en arithmétique, à gérer leurs affaires quotidiennes. Ces tables sont autant d’instruments à exploiter dans l’enseignement d’aujourd’hui, à l’école et au collège, pour aborder dans un contexte historique motivant les questions de numération et de mesure, pour introduire des changements de cadre entre arithmétique et géométrie, et pour favoriser une démarche d’investigation.

### Textes étudiés :

Barreme, François, *Les comptes faits, ou Le tarif général de toutes les monnoyes*, Paris, 1755.

Paucton, Alexis-Jean-Pierre, *Métrologie, ou Traité des mesures, poids et monnoies*, Paris, 1780.

Pouchet, Louis-Ézéchiél, *Tableau des nouveaux poids, mesures et monnoies de la République française*, Rouen, an III (1794)

Pouchet, Louis-Ézéchiel, *Échelles graphiques des nouveaux poids, mesures et monnoies de la République française, et des villes et pays les plus commerçants de l'Europe*, Rouen, an IV (1795).

Pouchet, Louis-Ézéchiel, *Métrologie terrestre, ou Tables des nouveaux poids, mesures et monnoies de France*, Rouen, an V (1797).

## **A14 – La multiplication à travers quelques pratiques**

*Sébastien LÉBOUC, IREM des Pays de la Loire*

Exposé puis mise en pratique de quelques techniques opératoires liées à la multiplication avec les jetons ou directement sur l'écriture des nombres.