Chapitre 2. Comment une démonstration au programme de seconde « cache un passé ». Le jeu des démonstrations bigarrées.

Rédaction, expérimentation : Alain Bernard, Stéphane Herrero, Aymeric Francisco do Carmo, Emmanuelle Rocher (IREM de Paris Nord)

Avertissement
Ce document est un complément numérique au chapitre 2 de l'ouvrage *Vivre les mathématiques par des approches historiques*, ADAPT, 2024. Il est mis à disposition pour être utilisé en classe, avec ou sans modifications, mais n'a ni valeur de modèle, ni de recette. L'enseignant·e pourra pleinement se l'approprier et l'adapter à la réalité, unique, de sa classe, en comprenant son rôle et sa place dans une séance, ses objectifs et la façon dont il a été conçu par ses auteurs. Ce travail nécessite la lecture préalable du chapitre auquel il se rattache dans l'ouvrage susdit.

3. Le « jeu des démonstration bigarrées » au lycée Cugnot (2021-22) *Aymeric FRANCISCO DO CARMO, Classe de 2nde _ Lycée Cugnot, relu par les co-auteurs*

L'objectif particulier de ce document est de donner un complément plus détaillé à la présentation de la deuxième progression dont il est question dans le chapitre, 4ème partie. Le chapitre donne son analyse a priori, les choix didactiques et permet d'en saisir l'arrière-plan historique. Nous donnons ici une brève analyse *a posteriori* des activités menées avec cette classe de seconde (28 élèves) du lycée Cugnot au cours de l'année 2021/2022, et quelques prolongements. Il peut être complété par le document de synthèse qui est reproduit en ANNEXE 6 du chapitre. Les annexes signalées en partie 3 (exemple : « annexe 3.2 »), sont en fin de document, les annexes au chapitre en ligne sont signalées en majuscules.

1. Les activités du « jeu des démonstrations bigarrées » : mise en œuvre et travaux préparatoires

1.1. En novembre : au cours d'une séquence sur les fonctions carré et cube.

L'objectif était d'aborder les méthodes par la géométrie des lignes et par la géométrie des aires pour donner deux premières démonstrations du résultat conjecturé en classe, de manière numérique et graphique, sur la position relative des courbes des fonctions identité, carré et cube (pour des valeurs de x positives).

Des travaux préparatoires (donnés à la maison) notés ont été distribués en amont de la séquence et rendus plusieurs jours avant la mise en œuvre de l'activité en classe. Leur but était de refaire des constructions géométriques classiques : des lignes de longueurs données, des surfaces d'aires données à partir du choix d'une ligne unité ; et moins usuels : construire une ligne de longueur arbitraire x, puis construire les lignes de longueurs 2x ou 1/2x, des surfaces d'aires x^2... Ces travaux préparatoires devaient permettre de lever en partie les obstacles analysés dans le chapitre 2 et permettre aux élèves d'aborder plus rapidement les deux activités dont le temps de lecture et d'appropriation est conséquent.

Lors de la mise en œuvre, les fiches d'activité (voir ANNEXE 2 du chapitre, fiches élèves et corrigés possibles) n'ont pas été modifiées. Ce travail a été réalisé en groupe de 4 élèves (une seule activité par groupe). La séance a duré deux heures et comportait un travail collectif de conjecture pour commencer, suivi des phases de recherche puis de rédaction en groupes.

Les observations et le rendu des élèves montrent que le travail préparatoire leur a permis de s'approprier plus vite les fiches d'activités même si le temps de lecture reste important. Plusieurs groupes sont parvenus à trouver les constructions d'aires et de lignes (seulement pour x et x^2 dans ce dernier cas). Conscient du caractère inhabituel de ce type d'activité de recherche et de démonstration, j'ai choisi de différer l'objectif de formalisation d'une démonstration à plus tard. On trouvera plus loin le bilan que j'ai fait de ces activités avec la classe (partie 2.1).

Comme lors des premières expérimentations détaillées dans l'article, il semble que les fiches d'activités ne soient pas suffisamment claires pour ce qui est de la consigne. Le choix de laisser un énoncé très ouvert pose problème à de nombreux élèves qui perdent même de vue l'objectif de l'activité et la conjecture réalisée en début de séance. Un énoncé plus guidé, avec des questions intermédiaires (notamment pour amener la disjonction des cas : comparer d'abord x et x^2, puis x^2 et x^3 avant de conclure) permettrait sans doute de remédier à cet obstacle. J'avais ainsi hésité à donner un énoncé plus guidé dans ce style :

1) Cas n°1 : si $x>1$
a) Comparer x et x^2
b) En utilisant le résultat précédent, comparer x^2 et x^3
c) En déduire une comparaison de x, x^2 et x^3 dans ce cas
2) Raisonner de même pour le cas où $x<1$
3) Que peut-on dire lorsque $x=0$ ou $x=1$?

J'y ai renoncé car cela contredit l'esprit de notre première expérimentation : ce type de démonstration a notamment pour atout majeur de faire apparaître le rôle de 1 dans la démonstration. Dans cet énoncé guidé ce n'est plus le cas puisque c'est lui qui l'induit.

1.2. En janvier : au cours d'une séquence sur l'arithmétique des nombres entiers.

Plusieurs démonstrations assez courtes au programme de seconde ont ensuite fourni de bonnes occasions de présenter des démonstrations formalisées (la somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7, le produit de deux entiers impairs est impair, la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3, 1/3 est non décimal, racine carrée de 2 est irrationnel). L'objectif était de permettre aux élèves de donner une structure plus ou moins génériques aux démonstrations rédigées ce qui leur manquait lors des premières activités en novembre. Elles sont néanmoins restées principalement présentées au tableau, construites le plus souvent possible collectivement, l'enseignant ayant pour rôle d'organiser et de formaliser les idées qui sont proposées et débattues par les élèves. Elles ont ensuite été recopiées par les élèves dans leur cours. Quelques-unes ont néanmoins été données en exercices ou en devoir maison (annexe 3.2) sous forme d'exercices très guidés. Que ce soit dans les consignes de ces devoirs en autonomie ou lors des démonstrations collectives en classe que je supervisais, j'ai à chaque fois mis l'accent sur les étapes de la démonstration. Ma volonté était de donner une sorte de principe général de la démonstration : « on part des définitions/propriétés connues et on essaie de construire un enchaînement logique menant au résultat voulu ». Plusieurs démonstrations ont donné lieu à des phases de recherches collectives intéressantes, beaucoup d'élèves se sont montrés désireux d'identifier les arguments clés qui font s'enchaîner les étapes des raisonnements. Je devais souvent reformuler leurs idées et formaliser la démonstration au tableau.

Les observations faites à l'issue de cette séquence ont été très encourageantes. De plus en plus d'élèves participaient lors des phases de recherches collectives de démonstrations. L'activité démonstrative était toujours accueillie avec appréhension car perçue comme un exercice difficile, mais la satisfaction et l'envie de comprendre comment avancer dans les raisonnements l'emportaient. Pour un devoir sur table, j'ai demandé à mes élèves de savoir reproduire la démonstration vue en cours pour 1/3 n'est pas décimal. Dans ce devoir (annexe 3.3), un exercice consistait, selon le choix de l'élève, à démontrer que 1/3 n'est pas décimal ou que 1/7 (1/11 selon le sujet) n'est pas décimal (avec un bonus dans ce cas). Sur les 28 élèves de la classe, seuls 2 n'ont pas abordé l'exercice. Une dizaine d'élèves s'est attaqué à 1/7 ou 1/11 avec succès, le reste a choisi 1/3 avec là encore peu d'échecs.

2. Dernière activité du « jeu des démonstrations bigarrées » et prolongements

2.1 En mai : au cours d'une séquence de généralités sur les fonctions

Le but de la séquence était de reprendre tous les résultats observés sur les fonctions de référence et de les généraliser à « toutes » les fonctions. J'ai choisi en effet de ne formaliser toutes les définitions de croissance, parité, positivité d'une fonction que dans cette séquence tardive.

La position relative des fonctions identité, carré et cube était de nouveau abordée avec la démonstration par l'algèbre moderne (ANNEXE 2, méthode 4) du « jeu des démonstrations bigarrées ». L'activité a été réalisée en groupes de 4 à 5 élèves lors d'une séance d'une heure cette fois.

La phase de conjecture a de nouveau été nécessaire car le résultat avait été oublié par plusieurs élèves depuis novembre. La phase d'appropriation de la fiche a été beaucoup plus courte que pour les deux autres activités parce que le temps de lecture est bien moins conséquent d'une part mais aussi parce que les élèves étaient habitués à ce type d'exercice. En effet, même si toutes les démonstrations de l'année n'ont pas donné lieu à de telles fiches établissant les « règles du jeu », ils avaient intégré le fait de devoir partir d'éléments connus pour démontrer un nouveau résultat.

La fiche d'activité donnée était celle de l'ANNEXE 2, sans modification. Il est néanmoins apparu une nouvelle fois que beaucoup d'élèves peinaient toujours à prendre en charge la disjonction des cas (cf. les « aspects scientifiques et pédagogiques » de notre chapitre, sous partie « les difficultés propres à l'apprentissage de la démonstration »). Comme pour les premières fiches, une consigne plus détaillée et explicite était sans doute nécessaire. En une heure, le travail des groupes a globalement abouti à une démonstration assez bien formalisée pour la comparaison de x et x^2. Les rédactions montraient une volonté manifeste de justifier les étapes de raisonnement en invoquant les définitions et propositions données dans la fiche d'activité. La comparaison de x^2 et x^3 ainsi que la conclusion ont été laissées à faire pour la séance suivante, qui devait servir de séance conclusive de toutes les activités du « jeu des démonstrations bigarrées ».

Lors de cette séance, j'ai fait une reprise collective de l'intégralité de la démonstration par l'algèbre, puis je suis revenu sur les deux premières démonstrations du mois de novembre. Cette conclusion prenait la forme d'un exposé reprenant les éléments d'histoire des mathématiques détaillés dans l'article du livre, en intégrant des propositions de corrections prenant appui sur les productions d'élèves (voir ANNEXE 6). Il m'est apparu que vouloir dresser le bilan de toutes ces activités en une heure était trop ambitieux. Il aurait été plus efficace de faire un premier bilan à l'issue des deux premières activités en dévoilant davantage l'histoire cachée à cette occasion ; puis de compléter l'exposé suite à cette dernière activité. Les élèves avaient malgré tout d'assez bons souvenirs de ce qu'ils avaient fait en novembre et ont posé beaucoup de questions sur la partie historique exposée. A titre d'exemple, la plupart des élèves était étonné de l'absence de symboles mathématiques chez Euclide et Descartes. Il m'était par ailleurs difficile de répondre à toutes leurs questions.

2.2 Quelques prolongements possibles lors de cette même séquence

Comme dit précédemment, la séquence de généralités sur les fonctions m'a permis de formaliser tous les résultats précédemment admis sur les fonctions de référence. Au programme figurent les démonstrations des sens de variation de toutes ces fonctions.

J'ai alors décidé, quelques jours après la dernière activité du « jeu des démonstrations bigarrées » d'organiser ces travaux de démonstration sous forme de travaux en groupes de 5 à 6 élèves lors d'une séance de deux heures. L'objectif était que chaque groupe démontre le sens de variation d'une fonction de référence avant de présenter son travail au reste de la classe. J'ai élaboré de nouvelles fiches d'activités (annexe 3.4) largement inspirées de celle de la démonstration par l'algèbre précédemment évoquée.

Le temps d'appropriation a été très court compte-tenu de la proximité des deux activités[1] et de nombreux élèves sont très rapidement entrés dans la tâche. Le plus gros obstacle a été la manipulation des définitions de croissance ou de décroissance d'une fonction qui n'étaient pas assez familière. Il a été nécessaire d'apporter une aide pour certains groupes. On pourrait envisager de faire remarquer aux élèves régulièrement au cours de l'année qu'une fonction croissante (resp. décroissante) conserve (resp. change) les inégalités. Cela permettrait sans doute de rendre moins abstraite la définition formelle donnée en cours. Il a fallu un temps conséquent de recherche collective (en groupes) et de rédaction de la preuve. La restitution orale du travail par chacun des groupes n'a eu lieu que le lendemain. Globalement, la qualité de la rédaction et des justifications était bien meilleure pour ces dernières activités. Tous les groupes sont parvenus à produire une démonstration satisfaisante (voir annexe 3.5).

3. Conclusion

Après sondage auprès des élèves, il apparaissait que l'activité de démonstration restait très difficile pour tous sans exception. Ils étaient néanmoins nombreux à être convaincus de l'utilité de telles démonstrations et de leur caractère indiscutable. La remarque qui ressortait le plus était que l'obstacle principal était de trouver comment enchaîner les étapes du raisonnement, comment savoir quelles connaissances utiliser pour pouvoir avancer.

Il est enfin à noter que ces différentes activités m'ont permis de faire évoluer ma pratique concernant les démonstrations en classe. J'avais, préalablement à cette année, pour habitude de réaliser les démonstrations au programme sous la forme d'un exposé magistral, essayant d'y passer le moins de temps possible. L'objectif de créer un jeu ludique de comparaison de différentes démonstrations d'un même résultat n'a jamais été atteint. Cependant, voir ces démonstrations comme un jeu dont les règles sont clairement établies, comme dans le "jeu des démonstrations bigarrées", a induit une nouvelle pratique de "formalisation collective" des démonstrations telle que je la décris précédemment. Ce mode de fonctionnement est devenu habituel pour moi-même ainsi que pour mes élèves. Il me semble que ces derniers sont bien plus impliqués lors de ces moments de cours, qu'ils en comprennent mieux l'intérêt et que cela permet d'atténuer l'appréhension, voire la peur panique pour certains, de devoir restituer une démonstration lors d'un devoir.

4. Annexes : documents de cours et copies d'élèves

On trouvera en ANNEXE 6 le diaporama de synthèse auquel il a été fait allusion.

Annexe 3.1

Devoir en Temps Libre n°3

[1] A savoir la méthode 4 donnée en ANNEXE 2, et les activités de l'annexe 3.4

A rendre le Vendredi 19 Novembre 2021

SANS UTILISER DE QUADRILLAGE :

1. Tracer un segment de longueur arbitraire (de votre choix). Ce segment sera votre segment unité, on dira ensuite que sa longueur vaut donc 1.

2. A partir de votre segment unité, en utilisant le compas et la règle non graduée (sans mesurer donc) :
a) Tracer un segment de longueur 2.
b) Tracer un segment de longueur 0,5. Détailler votre raisonnement.
c) Tracer alors un segment de longueur 3,5.
d) Tracer un segment de longueur $\sqrt{2}$. Détailler votre raisonnement (on pensera à un théorème bien connu).

3. Toujours à partir de votre segment unité, en expliquant vos choix :
a) Tracer un carré d'aire 1.
b) Tracer un rectangle d'aire 2.
c) Tracer un rectangle d'aire 0,5.

4. a) Tracer un segment de longueur x quelconque.
b) Tracer alors un carré d'aire x^2. Justifier.
c) Toujours à l'aide de votre segment unité, tracer un rectangle d'aire x.

5. a) Tracer un segment de longueur x^2 quelconque.
b) Toujours à l'aide de votre segment unité, tracer un rectangle d'aire x^2.

<u>Compétences évaluées</u>	Points
➢ Représenter • Représenter un segment de longueur donnée à la règle et au compas. • Représenter un rectangle de longueur donnée. • Représenter un carré de longueur donnée.	4
➢ Raisonner • Utiliser les théorèmes de géométrie (du collège) afin de déterminer des longueurs, des aires.	3
➢ Communiquer • Exprimer, à l'écrit, sa démarche et son raisonnement de manière rigoureuse.	3

Annexe 3.2

Devoir en Temps Libre n°5
A rendre le Lundi 17 Janvier 2022

« Raisonner par disjonction des cas »

Le but de l'exercice est de démontrer la propriété suivante :
« Si a est un nombre entier, alors $a^2 - a$ est un nombre pair »

Pour cela, on va distinguer deux cas possibles :

1. Supposons que a est pair.
  a. Justifier que a peut s'écrire $2 \times p$ où p est un nombre entier ?
  b. Calculer alors $a^2 - a$.
  c. Conclure

2. Sinon, a est impair.
  a. Comment peut-on écrire a?
  b. Calculer $a^2 - a$.
  c. Conclure

3. On a donc couvert tous les cas possibles. En déduire que la propriété est vraie.

Annexe 3.3

NOM :	**ÉVALUATION** (28/01/2022)	**SUJET A**	**2nde 2**

Les exercices peuvent être traités dans un ordre différent. Ne pas oublier de donner le détail de tous les calculs. ***La présentation, l'argumentation et la rédaction*** *seront* ***prises en compte*** *dans la notation des copies.*

CALCULATRICE AUTORISÉE

Exercice 1 :

1) Développer et réduire les expressions suivantes
  a. $A = (3x - 7)(-2x + 9)$
  b. $B = (3x - 5)(3x + 5)$

2) Factoriser les expressions suivantes
  a. $C = (x - 3)(2x + 5) + (x - 3)(-3x + 7)$
  b. $D = x^2 - 12x + 36$

Exercice 2 : DÉMONSTRATION

Vous traitez, au choix, <u>**une**</u> des questions suivantes.

Variante n°1 (3 points) : Montrer que $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

Variante n°2 (4 points) : Montrer que $\frac{1}{7}$ n'est pas décimal.

Variante n°3 (1,5 point) : Demander au professeur le sujet adapté.

Exercice 3 :

1) a. Déterminer les diviseurs de 221 et de 595.
  b. La fraction $\frac{221}{595}$ est-elle irréductible ? Pourquoi ?
  c. Décomposer 221 et 595 en produit de nombres premiers.
  d. En déduire le résultat de $\frac{221}{595}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

2) Déterminer le résultat du calcul suivant sous la forme d'une fraction irréductible (détailler les calculs) :

$$E = \frac{221}{595} - \frac{\frac{8}{25}}{\frac{7}{15}}$$

Exercice 4 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante. Détailler le raisonnement et faire apparaître tous les calculs.

$$(3x + 2)(-4x + 8) < 0$$

2) a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante. Détailler le raisonnement et faire apparaître tous les calculs.
Indication : On s'appuiera sur un tableau de signes…

$$\frac{7+x}{2x+5} \geq 0$$

b. Montrer que, pour tout $x \neq -\frac{5}{2}$, $\frac{7x+22}{2x+5} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{7+x}{2x+5} \geq 0$.

c. En déduire l'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $\frac{7x+22}{2x+5} \geq 3$.

BONUS :
Montrer que la somme de 3 nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.

Annexe 3.4

Variations des fonctions affines

<u>Définition 1</u> : Fonction affine.
Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ où m et p sont deux nombres réels.
On appelle m coefficient directeur et p ordonnée à l'origine de la droite représentative de f dans un repère.

<u>Définition 2</u> : Fonctions croissantes et fonctions décroissantes.
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
1. On dit que f est croissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
2. On dit que f est décroissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$.

<u>Théorème 1</u> : Comparaison et signe de la différence.
Soient a et b deux nombres réels, alors :
1. $a > b$ si, et seulement si, $a - b > 0$
2. $a < b$ si, et seulement si, $a - b < 0$

<u>Proposition 1</u> : Règle des signes d'un produit.
Le produit de deux nombres de même signe est positif.
Le produit de deux nombres de signes opposés est négatif.

<u>Proposition 2</u> : Factorisation.
Soient k, a et b trois nombres réels, alors $ka - kb = k(a - b)$.

En utilisant uniquement les définitions, théorème et propositions précédentes, démontrer la proposition suivante : 1. Si $m > 0$, alors la fonction affine f est croissante 2. Si $m < 0$, alors la fonction affine f est décroissante

Variations de la fonction carré

<u>Définition 1</u> : Fonction carré.
La fonction carré est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

<u>Définition 2</u> : Fonctions croissantes et fonctions décroissantes.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

1. On dit que f est croissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
2. On dit que f est décroissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$.

<u>Théorème 1</u> : Comparaison et signe de la différence.

Soient a et b deux nombres réels, alors :

1. $a > b$ si, et seulement si, $a - b > 0$
2. $a < b$ si, et seulement si, $a - b < 0$

<u>Proposition 1</u> : Règle des signes d'un produit.

Le produit de deux nombres de même signe est positif.
Le produit de deux nombres de signes opposés est négatif.

<u>Proposition 2</u> : Identité remarquable.

Soient a et b deux nombres réels, alors $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

<u>Proposition 3</u> : Parité de la fonction carré.

La fonction carré est paire. Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

En utilisant uniquement les définitions, théorème et propositions précédentes, démontrer la proposition suivante : 1. La fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$ 2. La fonction carré est décroissante sur $]-\infty; 0]$

Variations de la fonction racine carrée

<u>Définition 1</u> : Fonction racine carrée.

La fonction racine carré est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

<u>Définition 2</u> : Fonctions croissantes et fonctions décroissantes.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

1. On dit que f est croissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
2. On dit que f est décroissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$.

<u>Théorème 1</u> : Comparaison et signe de la différence.

Soient a et b deux nombres réels, alors :

1. $a > b$ si, et seulement si, $a - b > 0$
2. $a < b$ si, et seulement si, $a - b < 0$

<u>Proposition 1</u> : Règle des signes d'un quotient.

Le quotient de deux nombres de même signe est positif.
Le quotient de deux nombres de signes opposés est négatif.

<u>Proposition 2</u> : Multiplication par la quantité conjuguée.

Soient a et b deux nombres réels non tous deux nuls, alors $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

On appelle $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est appelé quantité conjuguée de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.

En utilisant uniquement les définitions, théorème et propositions précédentes, démontrer les propositions suivantes : 1. Proposition 2 2. La fonction racine carrée est croissante sur $[0; +\infty[$

Variations de la fonction inverse

<u>Définition 1</u> : Fonction inverse.

La fonction inverse est la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

<u>Définition 2</u> : Fonctions croissantes et fonctions décroissantes.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

1. On dit que f est croissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
2. On dit que f est décroissante sur I lorsque pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$.

<u>Théorème 1</u> : Comparaison et signe de la différence.

Soient a et b deux nombres réels, alors :

1. $a > b$ si, et seulement si, $a - b > 0$
2. $a < b$ si, et seulement si, $a - b < 0$

<u>Proposition 1</u> : Règle des signes d'un quotient.

Le quotient de deux nombres de même signe est positif.
Le quotient de deux nombres de signes opposés est négatif.

<u>Proposition 2</u> : Règle des signes d'un produit.

Le produit de deux nombres de même signe est positif.
Le produit de deux nombres de signes opposés est négatif.

<u>Proposition 3</u> : Addition et soustraction de fractions.

Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut les mettre au même dénominateur.

En utilisant uniquement les définitions, théorème et propositions précédentes, démontrer la proposition suivante : 1. La fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$ 2. La fonction inverse est croissante sur $]-\infty; 0[$