

PROGRAMMES DE CALCUL...

Voici un programme de calcul :

- Choisissez un nombre entier naturel.
- Elevez-le au carré.
- Soustrayez le résultat précédent à 49.
- Prenez la racine carrée du nombre alors obtenu.
- Multipliez enfin ce dernier résultat par le nombre choisi au départ.
- Ecrivez la valeur exacte du résultat final.

1. Réalisez ce programme de calcul pour les nombres 5, 2, et 7.
2. Réalisez ce programme de calcul pour deux autres nombres de votre choix. Comparez les résultats à ceux obtenus par d'autres élèves de la classe.
3. Généralisez ce programme de calcul à tous les nombres possibles.
4. Comment pourrait-on organiser l'ensemble des informations obtenues à la question précédente ?

-
5. On décide maintenant de choisir un nombre réel positif, pas nécessairement entier et de réaliser ce même programme de calcul :

- Choisissez un nombre réel positif.
- Elevez-le au carré.
- Soustrayez le résultat précédent à 49.
- Prenez la racine carrée du nombre alors obtenu.
- Multipliez enfin ce dernier résultat par le nombre choisi au départ.
- Ecrivez la valeur exacte du résultat final.

- a. Réalisez ce programme pour les nombres 5,6 et 4,2.
- b. Nommez l'ensemble des nombres réels positif pour lesquels ce programme de calcul est réalisable.
- c. Généralisez ce programme de calcul à tous les nombres possibles.
- d. Comment pourrait-on organiser l'ensemble des informations obtenues à la question précédente ?

Cette activité permet de revenir sur la notion de fonction abordée en troisième à travers un programme de calcul qui est souvent utilisé au collège en quatrième et en troisième. Elle pointe les différentes représentations d'une fonction. Elle nécessite l'utilisation de fichiers TUIC appropriés¹ pour éclairer la situation.

Cette activité demande aussi d'avoir déjà vu la notion d'intervalle et permettra ensuite de proposer aux élèves une activité sur les représentations d'une fonction et le passage d'un cadre à l'autre.

Objectifs :

- Travailler directement sur les représentations du concept de fonction.
- Amener le vocabulaire autour de la notion de fonction à travers un exemple discret : variables libre et dépendante, image, antécédent, tableaux de valeurs, correspondance, représentations graphiques.
- Passer du discret au continu pour donner du sens et une légitimité à l'expression littérale ; revenir sur le vocabulaire et amener la notation $f(x)$.

Analyse a priori :

1. Pour 5, on obtient 5 ou 10 ; pour 2, on obtient 2 ou 6 ; pour 7, on obtient 0.
On peut s'attendre à voir surgir des valeurs approchées... Il faut montrer que pour chacun des trois entiers, on obtient un seul résultat, toujours le même.
2. Les élèves vont tester d'autres entiers naturels... Ils devraient s'apercevoir lors de la mise en commun que seuls les entiers compris entre 0 et 7 sont utilisables pour réaliser ce programme de calcul. On montre que chaque entier possède au plus un résultat...
3. La généralisation va conduire à réaliser ce programme de calcul pour 8 entiers.
4. On pourra établir un tableau de valeurs (non ordonné dans un premier temps). On peut ensuite demander aux élèves de réaliser différents tableaux où l'on va ordonner les données de différentes manières (entiers croissants ou décroissants, résultats croissants ou décroissants, ...) : le tableau peut être vu comme une « forme » numérique du programme de calcul.
On pourra aussi établir un schéma de correspondance avec des flèches : on introduira le vocabulaire « image » et « antécédent » ; on nommera ce programme de calcul « fonction » mais on n'écrira aucune formule littérale ni aucune notation du type $f(x)$...
On pourra représenter enfin graphiquement ces informations : on utilisera un fichier géoplan approprié ; il faut revenir sur la lecture graphique de l'image ou de l'antécédent : le graphe peut être vu comme une « forme » géométrique du programme de calcul.
5. a. l'image de 5,6 est 23,52 ; celle de 4,2 est aussi 23,52. Deux valeurs peuvent avoir la même image...
b. De la première partie, les élèves devraient faire émerger l'intervalle $[0 ; 7]$.
c. Contrairement à la première partie, la généralisation ne peut se faire avec un tableau de valeurs : il faut une lettre (la variable libre) et une expression algébrique (la variable dépendante)... On amènera la notation $f(x)$.
d. On utilisera ensuite la représentation avec la flèche et cette notation. On pourra aussi réaliser une représentation graphique... On insistera sur le fait que tout tableau de valeurs n'est qu'un tableau partiel de quelques valeurs...
Enfin, le fichier géoplan approprié permettra d'aborder intuitivement la notion de fonction croissante ou décroissante sur un intervalle...

¹ Ces fichiers sont décrits dans une brochure IREM à paraître : « La Magie des Images » de M. Chevallier et J-L de Ségnier.