

« Démarche d'investigation » et Parcours d'Etude et de Recherche en mathématiques : entre injonctions institutionnelles et étude raisonnée des conditions et contraintes de viabilité au sein du système

Yves Matheron
UMRP3-ADEF
INRP & Aix-Marseille Université

Résumé

L'arrivée du terme de « démarche d'investigation » dans les programmes s'inscrit dans une volonté institutionnelle plus ancienne, portée par les TPE et IDD dans les années 2000, de valorisation d'une démarche alliant recherche ouverte et croisement de plusieurs disciplines. Leur étude a permis l'analyse des caractéristiques didactiques prises par de tels processus transposables à la « démarche d'investigation ».

Trente ans avant ces injonctions institutionnelles, la didactique s'est posée la question d'un enseignement basé sur une genèse artificielle du savoir qui engage collectivement les élèves. Les ingénieries nées de cet effort, notamment au COREM, visaient à créer des phénomènes afin de les étudier pour les théoriser, et à montrer la possibilité locale d'un enseignement « par adaptation ».

L'enseignement actuel des mathématiques est soumis à une double pression : une crise se manifestant par une perte de la visibilité sociale de son sens, une volonté institutionnelle d'un enseignement qui engage dans une authentique activité scientifique. Une des questions à l'ordre du jour devient celle des conditions à mettre en place afin de rendre possible, au sein du système et non dans une seule école, un enseignement du programme inscrivant son étude dans une dynamique de recherche par les élèves d'éléments de réponse à une question qui leur est dévolue.

(CD)AMPERES s'est attelé à ce travail. Ses productions se démarquent des « activités introductives » des manuels, des « problèmes ouverts » ou « problèmes pour chercher ». Elles s'appuient sur des outils incontournables venus des recherches en didactique. La conception des productions et l'analyse de leur passation révèlent certaines contraintes systémiques actuellement indépassables, et explorent les conditions nouvelles à mettre en place. Parmi elles, les questions de formation des professeurs restent largement ouvertes puisque dépendantes de décisions politiques.

On s'interrogera sur les formes, plus ou moins travesties, que pourraient prendre, sous de telles contraintes, les dispositifs proches de ce que les programmes entendent par « démarche d'investigation ».

L'arrivée dans les programmes du terme « démarche d'investigation », notamment à travers la page entière qui lui est consacrée dans la partie des programmes de 2008 du Collège, commune aux mathématiques, aux sciences de la vie et de la terre, à la physique-chimie et à la technologie, s'inscrit sans doute dans une volonté institutionnelle plus ancienne, portée par les TPE et IDD au début des années 2000 – ou, plus récemment, par les « thèmes de convergence » –, de valorisation d'un enseignement alliant recherche ouverte et croisement de

plusieurs disciplines. L'étude de ces deux principaux dispositifs, au cours de la première décennie des années 2000, a permis l'analyse des caractéristiques didactiques qui leur sont propres ; qu'elles aient été inscrites dans les intentions de leurs promoteurs, ou qu'elles soient apparues lors de leur mise en œuvre effective dans le système éducatif secondaire. Les recherches - développements initiées à partir de 2005, et notamment le projet (CD)AMPERES pour (Conception et Diffusion) d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire, rassemblant des équipes constituées à partir des IREM et de l'INRP, ont poursuivi dans la voie d'un enseignement possible des mathématiques, au sein du système éducatif tel qu'il est, sous une forme qui s'apparente à une démarche d'investigation dans laquelle sont engagés les élèves.

I. Autour de la démarche d'investigation, présupposés philosophiques et pédagogiques

1. Qu'entend-on par « démarche d'investigation » ?

Du texte précité, extrait du programme de Collège de 2008, une définition sommaire peut être retirée afin de cerner ce que le ministère de l'Education Nationale entend par démarche d'investigation : « Cette démarche, peut-on lire, s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques) ». Dans ce texte du programme, la partie qui suit explicite une proposition de « canevas d'une séquence d'investigation », courant donc sur plusieurs séances, articulée autour de sept moments : choix d'une situation – problème ; appropriation du problème par les élèves ; formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles ; investigation ou résolution du problème conduite par les élèves ; échange argumenté autour des propositions élaborées ; acquisition et structuration des connaissances ; mobilisation des connaissances.

On perçoit, à travers ces quelques citations, la motivation première des promoteurs de la démarche d'investigation : « lorsque les objets d'étude s'y prêtent », comme il est écrit, passer d'un enseignement basé sur une démarche déductive (présentation aux élèves par le professeur des concepts, de ce que l'on peut en déduire, des exemples et applications) à un enseignement basé sur une démarche inductive (observation, analyse, expérimentation, conjecture, construction d'une réponse par les élèves sous la direction du professeur). C'est encore cette direction que l'on voit pointer dans le passage suivant du programme de l'école primaire de 2008, extrait de la partie consacrée aux sciences expérimentales et à la technologie : « Observation, questionnement, expérimentation et argumentation pratiqués, par exemple, selon l'esprit de la *Main à la pâte* sont essentiels pour atteindre ces buts ; c'est pourquoi les connaissances et les compétences sont acquises dans le cadre d'une démarche d'investigation qui développe la curiosité, la créativité, l'esprit critique et l'intérêt pour le progrès scientifique et technique. »

A travers ces lignes, on peut retrouver l'esprit de découverte et de recherche dans lesquelles on souhaitait engager les élèves, et qui présidait à la mise en place des TPE et IDD. Néanmoins, la dimension relative au croisement de plusieurs disciplines apparaît absente. La démarche est déclarée commune aux disciplines scientifiques, sans pour autant que la contribution de plusieurs d'entre elles pour apporter réponse à un questionnement soit explicitement citée.

2. Aux origines du terme français de « démarche d'investigation »

Comme souvent, rechercher l'origine d'innovations pédagogiques implantées dans le système éducatif conduit à tourner son regard outre-Atlantique. C'est actuellement le cas de la pédagogie des « compétences », importée des USA, apparue en Europe il y a quelques années – notamment en Belgique francophone, après avoir transité par le Canada –, et qui atteint désormais la France à travers la mise en place du « socle commun des connaissances et des compétences ».

A l'origine, au tournant des XIX^e et XX^e siècles, la démarche proposée à l'école - laboratoire de l'Université de Chicago dirigée par John Dewey, avait pour finalité de faire éprouver par les élèves la nécessité d'enquêter pour s'instruire de certaines connaissances. Le terme d'expérience était plutôt à comprendre dans le sens de donner l'occasion de « faire soi-même l'expérience de... quelque chose » ; ce « quelque chose » étant d'ordinaire peu fréquent, que ce le soit dans la vie courante, ou même à l'École. Ainsi étaient proposées des sorties sur le terrain, l'usage plus important de ses sens dans la Nature. Parmi ces « expériences », on peut citer l'enquête, nécessitant une sortie de l'école : par exemple sur la manière dont la distribution de l'eau est organisée dans une ville, ou encore la réalisation de maquettes en tant qu'activité dirigée en classe.

On sait que le courant philosophique et pédagogique auquel se rattachent les travaux de Dewey a pris pour nom le *pragmatisme*. Il se positionne en tant que dépassement du dualisme entre pensée et action qui caractérise une partie de la tradition philosophique occidentale. L'expérience est vue comme source de connaissances, du fait que l'on a éprouvé par soi-même. La pensée doit être « mise à l'épreuve de l'action » et la tâche de l'enseignant consiste à « réinsérer les sujets d'étude dans l'expérience ». Ainsi, les élèves doivent-ils être confrontés à des problèmes les amenant aux savoirs relatifs aux sciences, à l'histoire, à l'art, etc. Dewey écrit, à propos de son école expérimentale qui fonctionne de 1896 à 1904 : « l'enfant vient en classe pour *faire des choses* : cuisiner, coudre, travailler le bois et utiliser des outils pour des actes de construction simples ; et c'est dans ce contexte et à l'occasion de ces actes que s'ordonnent les études : écriture, lecture, arithmétique, etc. » Ou encore, « si un enfant comprend la raison d'acquérir un savoir-faire, l'acquisition lui en est grandement facilitée. Les livres et la lecture sont donc considérés strictement comme des outils ».

3. L'*Inquiry-Based Science Education* (IBSE)

Bien qu'elles furent fortement critiquées en leurs temps, dans la première moitié du XX^e siècle, et de manière récurrente lorsque sont recherchés des boucs émissaires responsables de la crise du système éducatif américain, les propositions pédagogiques issues de John Dewey et concernant la « démarche d'enquête » ont été en partie reprises, et sans doute transformées, puis généralisées aux USA dans les années 1990 pour l'enseignement des sciences, sous la dénomination d'*Inquiry-based Science Education*. C'est d'ailleurs à partir de cette désignation que le rapport dit Rocard – du nom de l'ancien premier ministre et alors député européen président d'un groupe de travail sur l'enseignement scientifique – rédigé pour la Commission Européenne en 2007, prône-t-il « une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe ». Ainsi peut-on y lire : « L'enseignement des sciences basé sur la démarche d'investigation [*Inquiry-based science éducation* – IBSE] a montré son efficacité à accroître l'intérêt et les niveaux de réussite des enfants et des étudiants, tant au niveau primaire que secondaire, tout en renforçant la motivation des professeurs. »

Avant d'étendre aux apprentissages la validité d'une telle assertion, rappelons tout d'abord la différence que l'on peut établir, au plan des présupposés épistémologiques, entre IBSE et les actuels modèles explicatifs de la production et de l'accroissement des connaissances, notamment scientifiques. L'IBSE repose sur une démarche de type empiriste, sur laquelle se greffe une sorte d'inductivisme : « on a fait l'expérience de » en mettant à l'épreuve ses idées

dans une sorte de *continuum* entre sa culture et la situation que l'on explore. Les modèles épistémologiques rationalistes, notamment celui développé par Gaston Bachelard, insistent au contraire sur les notions d'obstacle et de rupture épistémologiques, sur le fait que l'expérience est chargée de théorie, et que la production de phénomènes dépend de techniques s'appuyant sur des théories. Aussi la validation logique des résultats de l'enquête au sein de l'IBSE se différencie-ils d'une validation épistémologique telle qu'elle peut être fondée en raison au sein d'un cadre théorique.

Pour Michel Fabre (2009), ces deux approches théoriques, représentées par les figures emblématiques de Dewey et de Bachelard, se rejoignent pourtant dans une conception fonctionnelle du savoir et dans l'approche de la problématisation. Néanmoins, en ce qui concerne leur traduction dans l'enseignement des savoirs scientifiques, le pragmatisme de Dewey inclinerait plutôt vers une « pédagogie du projet » et un positionnement consistant à penser que les opérations de problématisation sont transversales, par delà les spécificités disciplinaires, tandis qu'au rationalisme de Bachelard correspondrait une forme d'enseignement à l'aide de ce qu'il nomme des « situations-problèmes » spécifiques des savoirs. En conclusion de sa comparaison entre Dewey et Bachelard, Fabre pose la question de l'acceptation d'un pluralisme d'approches « qui aurait au moins le mérite d'éclairer les inévitables bricolages pédagogiques ». C'est sans doute inévitablement vers de tels bricolages que poussera ce qui, pour l'instant, apparaît n'être guère plus qu'un mot d'ordre de mise en place d'une « démarche d'investigation ».

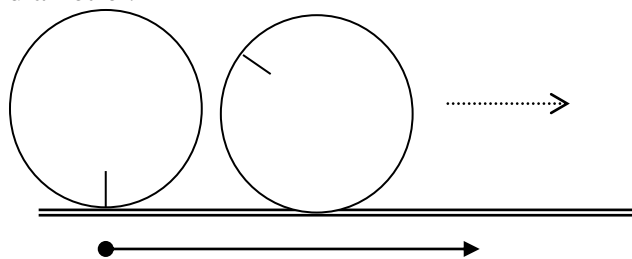
Un article paru en 2009 dans le n° 49 de la revue *Aster* et signé de M. Coquidé, C. Fortin et G. Rumelhard, expose en effet, entre autres considérations épistémologiques et didactiques, les formes que prend l'IBSE dans certains pays anglo-saxons et les enseignements que l'on peut en tirer en termes d'apprentissage des élèves. Pour ce qui concerne les USA, l'*Inquiry-based Science Education* a été généralisée au cours des années 1990, notamment par l'intermédiaire de la publication des *National Science Education Standards* (1996). Les questions jugées pertinentes à étudier viennent des élèves et portent sur le réel. Elles sont ouvertes et sans objectifs prescrits, en opposition à la forme d'enseignement par *problem solving situation*. En Angleterre et Pays de Galles, un module *Scientific Investigation* a été introduit dans le *Curriculum National* en 1989, puis il est devenu *Exploration of Science* en 1994. La mise en place de l'IBSE dans ces deux pays pendant plusieurs années a permis d'étudier les effets de ce type d'enseignement. Il semble en ressortir que les élèves ont tout d'abord besoin de cadres et de conseils, et qu'ensuite disposant de concepts et ayant pris davantage confiance en eux, ils pourront apprendre par IBSE ; pas avant. Certains prônent même un retour à des formes d'enseignement plus classiques.

4. Opposer « exploration du réel » en sciences et « résolution de problèmes » en mathématiques ?

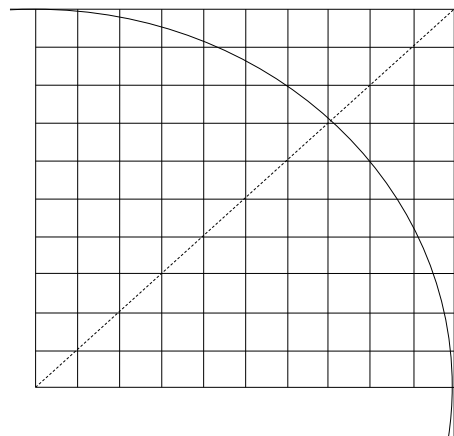
La partie relative à la démarche d'investigation, commune aux programmes scientifiques et à celui de la technologie du Collège, semble établir une distinction entre les démarches scientifiques et d'enseignement relatives aux sciences expérimentales et à la technologie d'une part, et aux mathématiques d'autre part. Ainsi, opère-t-on dans ce texte une distinction entre d'un côté « expérimentation », et de l'autre « démonstration ». L'expérimentation s'appliquerait-elle ainsi « sur le réel », sans qu'on semble s'interroger sur le fait que « ce réel » est un construit. Il n'y a guère, en effet, que dans le cadre de la physique du laboratoire, et donc de la salle de classe de physique, que l'on froisse une feuille de papier pour montrer qu'elle atteint le sol en même temps qu'une bille de fer lâchée de la même hauteur ; dans la réalité du quotidien de nombre de nos contemporains, il est évident que la feuille atteindra le sol après la bille ! Un souffle empiriste semble ainsi avoir inspiré les rédacteurs de cette partie du programme. On le retrouve dans le paragraphe relatif aux « divers aspects d'une démarche

d'investigation », qui distingue entre « le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) » et « la résolution de problèmes (en mathématiques) ». Pourtant on expérimente pour résoudre des problèmes de mathématiques, et les mathématiques sont aussi des modèles tirés de l'expérience « du réel » ; c'est ce qu'écrivait déjà H. Lebesgue pour qui « *ce nombre* [il s'agit du dernier nombre prononcé] *est considéré comme le résultat de l'opération expérimentale de dénombrement parce qu'il en est le compte rendu complet* » [en italique dans le texte de Lebesgue]. Il en va tout autant du double caractère expérimental et de modélisation de la géométrie, qu'Einstein considérait comme le premier chapitre de la physique, ou encore de la statistique, pour ne parler que de ces domaines des mathématiques.

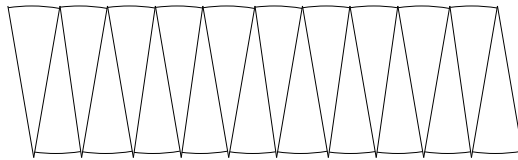
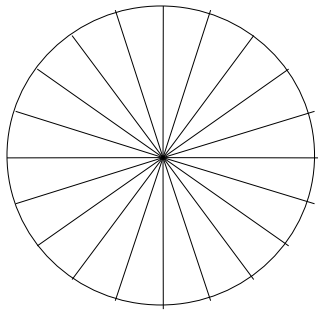
Le flottement épistémologique de cette partie du programme de Collège, relative à la démarche d'investigation, entre en contradiction avec la partie qui suit, propre au programme de mathématiques. Si le texte spécifique à la démarche d'investigation cantonne le rôle de l'expérience aux sciences... expérimentales (et à la technologie), le programme de mathématiques qui lui succède offre pourtant de nombreuses possibilités d'expérimentation. Ainsi, pour ne citer que quelques exemples, le programme de 6^e demande-t-il aux élèves de « Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle. » Le professeur peut, bien entendu, choisir de la donner aux élèves *in extenso*, sans qu'ils n'aient rien de plus à en comprendre. Cependant leur demander de faire rouler un disque en carton sur un plan permet d'établir expérimentalement une valeur approchée du rapport de la circonférence au diamètre :



De manière plus explicite, le programme de 5^e indique : « Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque. » On pourrait même relever qu'elle permet d'aller plus loin que sa seule vérification, puisqu'à ce niveau elle permet de l'établir. Car faut-il opposer aux tenants de la rigueur pour la rigueur, sans laquelle il n'y aurait évidemment pas de mathématiques valables, le rappel que pendant des siècles, c'est de cette manière que les Hommes, et notamment les mathématiciens, se sont convaincus de la vérité de cette formule ? Ce qui peut se traduire, par exemple, par la réalisation en 5^e de petites expériences qui consistent à « compter » le nombre des carreaux recouverts par un quart de disque :



ou encore à découper un disque en secteurs suffisamment nombreux pour reconstituer approximativement un rectangle de même aire, puis utiliser la formule de l'aire du rectangle :



En mathématiques, à travers ces quelques exemples et pour qui veut s'en donner la peine, nous ne sommes sans doute pas loin d'une démarche d'investigation du « réel » – donc d'un construit – par une méthode expérimentale telle que l'envisagent, pour les autres disciplines, les promoteurs de la démarche d'investigation du programme.

II. La question du savoir et de sa transmission

On ne peut raisonnablement se poser la question de la démarche d'investigation sans s'être, au préalable, posé la question du savoir, de sa transmission et des formes qu'elle prend dans l'institution que la société s'est donnée pour cela : l'Ecole. Partant de ce point de vue, il est alors nécessaire d'étudier les fonctions assignées aux uns et autres, essentiellement aux professeurs et aux élèves, selon les différentes formes prises pour l'organisation d'une telle rencontre avec le savoir et son appropriation. Sans avoir pour autant à recourir à l'exhaustivité d'un inventaire historique et géographique, en gommant donc les variations locales et temporelles que l'on considèrera mineures pour l'exposé qui suit, on peut en proposer une typologie en quelques classes. La question qui émerge devient alors celle de la place de la démarche d'investigation relativement à ces diverses formes.

1. La question du savoir

L'épistémologie bachelardienne permet de situer la production de connaissance scientifique relativement aux autres activités humaines. Gaston Bachelard écrit en 1938, dans *La formation de l'esprit scientifique* : « Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. C'est précisément ce sens du problème qui donne la marque du véritable esprit scientifique. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. » Autrement dit, la connaissance scientifique est un construit humain historiquement daté et constitué de réponses à des problèmes que les hommes se sont posés ; ces problèmes étant eux-mêmes des construits historiques.

A une cinquantaine d'années de distance, Yves Chevallard (1997) a étendu à l'ensemble des activités humaines, et pour définir ce qu'il appelle des œuvres, la définition donnée par Bachelard pour la connaissance scientifique. Il écrit ainsi : « J'appelle œuvre toute production humaine O permettant d'apporter réponse à un ou des types de questions Q , questions « théoriques » ou « pratiques », qui sont les raisons d'être de l'œuvre – et cela sans considération de la “taille” de l'œuvre [...] ». « [...] La société se constitue par une accumulation plus ou moins ordonnée d'œuvres, qui donnent chacune des éléments de réponse à quelques questions plus ou moins vitales. [...] Je note aussi que ce qu'on appelle ordinairement l'œuvre d'un auteur [...] n'est qu'un type très particulier d'œuvre, une œuvre qu'on peut dire close [...] Mais la plupart des œuvres sont des œuvres anonymes, et des œuvres ouvertes, fruit de l'action d'un collectif innombrable, recrutant dans la suite des générations. »

Certaines œuvres, ou partie d'œuvres, deviennent parfois objets de savoir, parce que des institutions ou la société considèrent « qu'il est bon de les savoir » : grammaire, code de procédure pénale, football, algèbre, génie électrique, médecine, arpentage, etc. D'autres demeurent ignorées du plus grand nombre, voire oubliées si elles ne sont pas ravies à l'oubli par quelque historien, professionnel ou d'occasion. Plus précisément, la société ou certaines de ces institutions décident des objets de savoir à propos desquels ceux qui les ignorent, c'est-à-dire essentiellement les nouvelles générations, doivent être instruites. Cette volonté sociale répond fondamentalement à une nécessité de reproduction et de développement. En effet, la société ou ses institutions devront continuer d'être capables de répondre aux questions anciennes qui se poseront encore ; d'où la nécessité de transmettre ces savoirs, à la manière d'une transmission d'héritage. Ou bien, ces objets de savoir sont considérés comme étant susceptibles de fournir des outils pour bâtir des réponses à des questions nouvelles, inédites ; autrement dit, pour se rendre capable de construire de nouveaux savoirs. Pour réaliser ce double projet, les sociétés modernes ont généralement étendu au plus grand nombre la fréquentation d'une institution ancienne – l'École, lointaine héritière de la Skhôle des Grecs – afin de mettre en contact avec des œuvres ou des parties d'entre elles, ensembles plus ou moins organisés et fluctuants de réponses à une ou des questions, et qui deviennent ainsi ce que l'on nomme des disciplines scolaires.

2. Transposition didactique et formes didactiques génériques

Des objets de savoir à enseigner ayant été choisis, s'opère un travail de transposition didactique afin de les rendre enseignables. Si l'on décide, par exemple, de faire étudier la géométrie euclidienne, étudiera-t-on toute cette géométrie ou simplement quelques-uns de ses théorèmes ? Les étudiera-t-on tels qu'ils sont exposés dans les *Eléments d'Euclide*, comme ce fut le cas pendant des siècles, ou sous une forme que l'on jugera convenablement apprêtée afin de faciliter leur apprentissage, tenant compte du développement de ce savoir depuis les Grecs, ou encore sous une forme compatible avec ce que la société pense être la bonne manière d'étudier ? Des réponses à ces questions ayant été fournies, l'ensemble résultant de ces choix est consigné dans un programme. Peuvent alors se constituer des systèmes didactiques au sein desquels se posent deux nouvelles grandes questions : que peut et doit faire l'élève pour étudier le programme et que peut et doit faire le professeur pour diriger et faciliter l'étude du programme par l'élève ?

La réponse à la première de ces questions a été variable selon les époques et les niveaux auxquels elle référerait. De la « mise en étude » des élèves au sein d'internats de lycées, hors la présence du professeur, à la recommandation « moderne » de ne pas donner de devoirs aux élèves des écoles élémentaires, on ne s'étendra pas plus dans ce texte sur les divers types de réponses institutionnelles historiquement apportées. Le regard sera davantage tourné vers les réponses à la deuxième de ces questions, et plus précisément vers certaines des formes institutionnelles que peut prendre la rencontre des élèves avec le savoir, sous la médiation du professeur.

Le dictionnaire en ligne du CNRTL fournit, pour l'étymologie du verbe « enseigner » : « 1050 “ faire connaître par un signe, une indication ” (*St Alexis*, éd. Storey, 312); Du lat. vulg. *insignare*, class. *insignire* “ signaler, désigner ”. En suivant cette origine étymologique, l'enseignant est donc celui qui montre, parfois même avec insistance... le savoir ! C'est sans doute la raison pour laquelle la forme didactique qui consiste à montrer le savoir a pris pour nom celui d'ostension, dès les premiers travaux de didactique des mathématiques². Dans son

² En poursuivant la petite recherche étymologique initiée par le verbe « enseigner », le même dictionnaire en ligne donne pour « ostension » : *ostencion* « action de montrer » (Jean de Meun, *Testament*, 1865 ds *Rose*, éd. M. Méon, t.4, p.95); spéc. av. 1622 relig. *ostension* « action d'exposer des reliques à l'adoration des fidèles » (François de Sales, *Lettre*, 873 ds *OEuvres compl.*, t.16, p.2)

DEA de 1977, H. Ratsimba-Rajhon la définissait de la manière suivante : « L’ostension est la donnée par l’enseignant de tous les éléments et relations constitutifs de la notion visée ». G. Brousseau précise en 1996 : « Le professeur “montre” un objet, ou une propriété, l’élève accepte de le “voir” comme le représentant d’une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d’autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d’un savoir ». Le cours magistral obéit au contrat d’ostension ; dans ce cas elle est assumée par l’institution. La forme « moderne » que prend l’ordinaire de l’enseignement des mathématiques, notamment à travers les « activités » des manuels reprises et éventuellement adaptées par les professeurs, obéit à une forme plus subtile de l’ostension que R. Berthelot & M-H. Salin (1992) ont désigné comme étant une ostension déguisée. Elle s’appuie sur la fiction que l’élève produit le savoir par son « activité », alors que le professeur continue de le montrer aux élèves mais d’une manière détournée.

Si l’on revient à la définition du savoir comme réponse à une question, on peut s’interroger à partir de la forme générique de l’ostension, assumée ou déguisée, sur la place qu’elle accorde aux partenaires de la relation didactique dans la construction du couple (question, réponse). Sous cette forme didactique, la responsabilité de produire le savoir, c’est-à-dire la réponse, incombe au professeur. Mais dans la majorité des cas, la question dont le savoir constitue un élément de réponse n’a pas même été montrée. L’élève en découvrira peut-être une, à l’occasion d’un travail réflexif mené personnellement, après-coup, lors des « applications » que le professeur montrera, ou des exercices qu’il aura à faire. Cette longue pratique d’enseignement de réponses, sans que les questions qui les motivent aient été dévolues aux élèves, contribue à nourrir le désamour envers les mathématiques révélé par les études sur les lycéens ; même si la discipline reste attractive pour des raisons qui lui sont externes à elle, parce que réussir en mathématiques permet l’entrée dans des filières de l’enseignement supérieur considérées comme les plus prestigieuses et offrant le plus de débouchés.

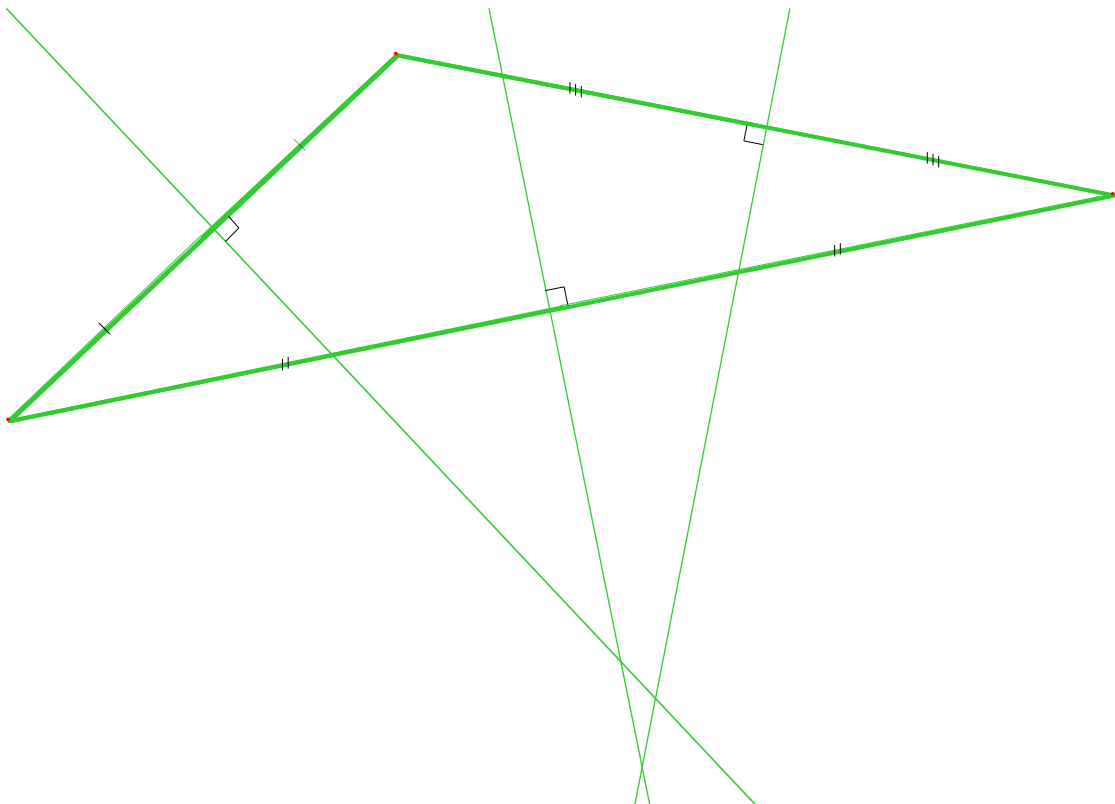
3. Ingénieries didactiques et enseignement par adaptation

A l’origine, à l’école Jules Michelet de Talence et au COREM, les ingénieries didactiques construites avaient pour visée la production de phénomènes didactiques afin de les observer et les analyser. Ce travail, associé à d’autres, a débouché sur les premières élaborations théoriques en didactique des mathématiques, au tournant des années 1970-1980. G. Brousseau a repris la terminologie piagétienne « d’enseignement par adaptation », en modifiant ses considérants, pour désigner la forme d’enseignement qui a présidé à la conception et à la passation en classe des ingénieries que le COREM produisait. Dans un texte de 1986 repris dans son ouvrage *Théorie des situations didactiques* en 1998, il revient sur le lien entre le couple (question, réponse) et l’apprentissage. Il écrit ainsi : « Si l’on accepte que l’apprentissage est une modification de la connaissance que l’élève doit produire lui-même et que le maître doit seulement provoquer, on est conduit à faire les raisonnements suivants. [...] Le travail du professeur consiste donc à proposer à l’élève une situation d’apprentissage afin que *l’élève produise ses connaissances comme réponse personnelle à une question* et les fasse fonctionner ou les modifie comme réponses aux exigences du milieu et non à un désir du maître. » [passage *en italique* souligné par moi]. Plusieurs conséquences résultent du présumé sur l’apprentissage sous lequel se place G. Brousseau, et notamment le fait que « l’enseignant ne peut pas dire à l’avance à l’élève exactement quelle réponse il attend de lui ; il doit donc faire en sorte que ce dernier accepte la responsabilité de chercher à résoudre des problèmes ou des exercices dont il ignore la réponse. » C’est ce qui a été appelé « la dévolution » de la responsabilité du problème à la classe.

De nombreux exemples d’enseignement par adaptation sont fournis dans les travaux du COREM et dans l’ouvrage *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire* de N. et G.

Brousseau. Dans la conférence qu'il donne pour la réception du titre de *Docteur Honoris Causa* de l'Université de Montréal en 1998, G. Brousseau précise le lien établi entre l'adaptation et la théorie des situations : « L'ingénierie didactique s'attache à identifier ou à produire les situations dont le contrôle exige la mise en œuvre des connaissances visées et parmi ces situations, à distinguer celles qui permettent la création de cette connaissance par une adaptation spontanée du sujet, de celles auxquelles l'adaptation est immédiate ou impossible. » Revenant à la responsabilité de la construction du couple (question, réponse) dans un enseignement par adaptation, on peut dire que la responsabilité de *faire rencontrer la question* par les élèves *et de leur faire produire* la réponse incombe au professeur.

Un exemple relatif à l'enseignement du centre du cercle circonscrit au triangle permet d'illustrer ce que l'on entend par dévolution d'une question et adaptation, puis production de réponse. On fait construire par les élèves un triangle « assez grand », dont un angle est obtus et on demande de tracer les médiatrices. Les professeurs savent d'expérience qu'il est malaisé, tant pour les élèves sur leurs propres feuilles que pour le professeur au tableau, d'obtenir des médiatrices ainsi tracées qu'elles soient... effectivement concourantes. Ce qu'illustre la figure ci-dessous :



Le professeur indique aux élèves que l'on va s'intéresser au « petit triangle » formé par les médiatrices ; les élèves pour qui la figure donne un triangle trop « petit », voire « inexistant », devront l'agrandir. Les tentatives d'agrandissement résistant aux efforts des uns et des autres, alors que le « petit » triangle devrait grandir lorsqu'on agrandit le « grand » (connaissance culturelle sur la similitude), conduisent les élèves à adapter leurs rapports à la connaissance de la figure afin de se rendre progressivement à l'idée que le « petit » triangle n'existe qu'à travers les imprécisions des tracés. On engage ainsi les élèves dans une dialectique entre la géométrie du monde sensible et la géométrie « théorique » telle qu'elle existe au niveau de la 5^e ; on peut remarquer que c'est encore la conduite d'une expérience sur « le réel », pour reprendre les termes du programme, qui accompagne l'émergence de la connaissance

mathématique des élèves. La dévolution du problème se termine alors par la question de la recherche des raisons pour lesquelles les médiatrices du triangle sont concourantes³.

En conclusion de cette partie, il apparaît que le choix des formes didactiques auxquelles recourt l'enseignant, parce qu'elles déplacent les responsabilités des uns et des autres – professeur et élèves – au sein de la dialectique question / réponse, influent fortement sur les possibilités d'apprentissage des élèves ; à commencer par leur rencontre avec le savoir. Néanmoins, il serait erroné de laisser croire que les lignes qui précèdent constituent un plaidoyer contre l'enseignement par ostension. En définitive, tout dépend de l'usage, approprié ou non, qui en est fait relativement à la place laissée aux élèves dans la dialectique de la recherche de réponse à une question qui doit leur avoir été dévolue, et des questions nouvelles qui émergent au cours de l'enquête sur la question. Autrement dit, pour qu'une réponse donnée, donc montrée et non pas construite, ait des chances de fournir des éléments pour un apprentissage, il est nécessaire que la question à laquelle elle fournit des éléments de réponses ait été rencontrée et travaillée par les élèves ; à la manière où l'on va rechercher la réponse à une question que l'on s'est posée, dans un ouvrage, une bibliothèque ou sur l'Internet désormais. Les bons élèves savent, pour eux-mêmes, mener un chemin inverse de celui de l'exposé du cours, c'est-à-dire un chemin qui va de la réponse vers la ou les questions ; ils apprennent ainsi des mathématiques. Les autres rencontrent parfois la question de manière erratique au détour de la recherche d'un problème, de l'étude d'un cours. Pour une grande partie qui ne s'engage pas dans cette démarche réflexive, consciente ou résultant d'une rencontre en partie contingente, les mathématiques restent opaques, voire dénuées de sens.

III. La forme didactique inédite propre à une enquête co-disciplinaire (TPE)

1. Les TPE et les chamboulements induits dans la transposition didactique

L'arrivée des TPE (Travaux Personnels Encadrés) au sein du système éducatif, ainsi que celle des Itinéraires De Découverte même si ce dispositif a connu une moins grande ampleur, dépasse de beaucoup, du point de vue des enseignants, le niveau habituel des difficultés de gestion auxquelles ils sont ordinairement confrontés ; et sans doute aussi, par certains aspects, celui propre au « pilotage » difficile des ingénieries bâties à partir de la Théorie des Situations Didactiques. En effet, dans le cas des TPE, il n'y a plus de programme déterminant un savoir à enseigner, mais quelques « thèmes » et « sous-thèmes » les bornant⁴. Il est donc impossible de réaliser, sous une forme habituelle, une transposition didactique *a priori* d'un savoir à enseigner ; aussi bien celle consignée dans un programme, que celle concernant le travail du professeur qui poursuit la transposition didactique à travers ses préparations de cours.

La programmation d'un savoir supposerait, au minimum, qu'une fois la question génératrice du TPE déterminée, le professeur qui, tout comme les élèves, souvent ne connaît pas lui-même la réponse, mène une enquête préalable sur les savoirs à convoquer, en tant qu'outils pour la construction d'éléments de réponses.⁵ Cette enquête menée, le risque existe alors que

³ Le détail des diverses situations par lesquelles passent les élèves au cours de la démonstration est donné dans la brochure *Des activités aux situations d'enseignement en mathématiques au Collège*, rédigée par le Groupe Didactique des Mathématiques au Collège de l'IREM de Bordeaux (2002).

⁴ L'enseignement d'exploration qui a pris pour nom « Méthodes et pratiques scientifiques » en 2^{de}, dans le cadre de la réforme du lycée inaugurée à la rentrée 2010, semble reprendre ce schéma propre aux TPE : une simple définition de quelques thèmes et sous-thèmes à propos desquels il est possible d'engager l'étude des élèves, une question qui en émerge ayant été posée.

⁵ Citons quelques exemples illustrant la nécessité d'une enquête. Qui est capable de fournir, sans un minimum de recherche, une réponse argumentée à la question de savoir quelle est la période, si elle existe, entre deux éclipses totales de soleil en le même point du globe ? Une enquête conduit-elle forcément vers des réponses définitives à

l'enseignant expose, à la place des élèves, des réponses qu'ils auraient eux-mêmes recherchées, pour des questions qu'ils auraient été en droit de se poser. Dans l'ordinaire de l'enseignement, la transposition se poursuit en acte, lors des séances en classe, par l'intermédiaire des adaptations que connaît le savoir enjeu de la relation, au fur et à mesure que le professeur est amené à réguler ses interactions avec les élèves. Dans le cas des TPE, la fonction régulatrice assumée par l'enseignant est moins nette ; il oriente la recherche mais elle peut s'avérer infructueuse, ce qui peut être perçu comme un échec dans l'étude des savoirs utiles à l'instruction de la question. Le professeur assume la fonction de répartition et de division du travail de recherche au sein de chacun des petits groupes d'élèves ; l'unité de la classe disparaît. Il doit néanmoins veiller à maintenir l'unité de chaque groupe, tout en orientant ce travail vers la convergence des éléments épars provenant de la recherche des élèves, dans le but de construire une réponse consensuelle au sein du groupe à la question initiatrice du TPE.

2. Les TPE et les chamboulements induits dans le partage traditionnel des tâches

Revenant sur le partage des responsabilités de chacun en ce qui concerne la question et la production de réponses, le professeur se retrouve donc le plus souvent dans la même position que les élèves pour la recherche et la problématisation de la question. Sa responsabilité consiste à organiser les conditions pour la production d'une réponse possible, qui n'existe peut-être pas encore ailleurs que dans le collectif qui la produira à l'issue de son travail de recherche. Une partie des conditions de cette production, conditions nécessaires mais pas toujours suffisantes, passe par la constitution d'un milieu pour l'étude de la question. C'est-à-dire d'un ensemble de moyens que l'on s'est donnés, et non pas qui ont été disposés dans un milieu adidactique convenablement apprêté, comme c'est le cas des ingénieries conçues à partir de la Théorie des Situations Didactiques, et de réponses partielles apportées aux sous-questions qui émergent de l'enquête, au fur et à mesure de son développement ; réponses dont on a le devoir d'interroger la validité. La dimension adidactique de certaines situations constituées à partir des questions, engage vers la recherche de médias ; à leur tour, les réponses qu'on y trouve poussent à la recherche d'autres milieux et d'autres médias, notamment pour la mise à l'épreuve des réponses apportées ou des nouvelles questions qu'elles engendrent.

Cette dialectique est en grande partie erratique, grandement indéterminée, au fur et à mesure des rencontres plus ou moins aléatoires faites au cours de l'enquête, qu'elles entrent ou non en résonance avec ce que l'on connaît déjà ou avec le but que l'on souhaite atteindre. C'est ce que résumait déjà Bachelard (1938) dans sa formule : « une marche vers l'objet n'est pas initialement objective ». Elèves et professeurs sont plongés dans un environnement doublement indéterminé. Pour le professeur, parce qu'il ne connaît pas par avance le lieu où l'enquête qu'il dirige va le mener ; lieu le plus souvent extérieur à la discipline qu'il enseigne, ou carrefour d'un ensemble de savoirs relevant de plusieurs disciplines. Pour les élèves, parce qu'ils n'ont pas la certitude que le professeur va les mener là où, dans le contrat didactique ordinaire, le professeur est censé les conduire : c'est-à-dire vers la connaissance du savoir visé par l'étude⁶. Devant la difficulté introduite par cette nouveauté, notamment face à la

toute question ? N'y a-t-il pas des questions sans réponses, tout au moins au moment historique que nous vivons ?

⁶ J'écrivais avec Yves Chevillard, dans une communication relative aux TPE pour un colloque de la Commission Inter-IREM de Didactique à Dijon en 2002 : « Les rôles enseignant du professeur et enseigné de l'élève s'effacent et se transforment d'autant plus qu'il n'y a plus de projet d'enseignement d'un savoir antéposé. La situation paraît répondre à celle que Herbart (1776-1841) appelait jadis de ses vœux : “ Le professeur [...] n'est plus un enseignant, (*Lehrender*), l'étudiant n'est plus un enseigné (*Lernender*) ; mais ce dernier poursuit des recherches personnelles, le professeur ayant pour tâche de le guider et de le conseiller dans ces recherches ”. »

responsabilité d'assumer la problématisation d'une question quand on ne s'est jamais exercé à cette tâche, le poids des déterminations venues du niveau pédagogique, c'est-à-dire de ce qui s'y fait, a souvent détourné les TPE réalisés de leur objet : les professeurs engageaient leurs élèves dans une production qui ressemble davantage à un exposé – forme connue de travail scolaire –, qu'à une réponse à une question problématisée. Dans un TPE, le contrat n'est plus strictement didactique mais porte, pour le professeur, sur la nécessité d'apporter une aide à chacun des élèves dans son étude de la question ; et pour chaque élève, sur sa contribution au travail collectif du TPE au sein du groupe, croisée à l'exercice d'une confiance critique envers les réponses partielles apportées par les autres.

Les TPE constituent une tentative d'introduction dans le système éducatif d'une forme scolaire inédite. La connaissance nouvelle produite à l'issue d'un TPE – son caractère de nouveauté s'appliquant à la communauté de la classe, mais souvent aussi au-delà de cet univers clos à travers sa diffusion, par exemple à l'établissement – n'est pas déposée dans des disciplines désignées comme étant à enseigner. Elle est construite en tant que réponse à une question dont le collectif s'est emparé ; et il peut ou non la considérer comme élément d'un savoir, d'une petite œuvre qu'il est bon de connaître. La construction de la réponse suppose à la fois une problématisation de la question et une enquête ; cette dernière engendrant des sous-questions à instruire elles aussi.

Le dispositif se démarque donc d'un enseignement « à programme » et des formes qu'il peut prendre ; il se démarque ainsi à la fois d'un enseignement par ostension et d'un enseignement par adaptation. Dans ce dernier cas, les situations construites doivent prendre tout autant en charge la problématisation de la question que l'on dévolue aux élèves, que leur rencontre avec les éléments leur permettant d'y apporter des réponses⁷. Les milieux des situations et l'enchaînement des situations ont été construits à cet effet. Aussi les élèves n'ont-ils pas à les rechercher, mais à transformer en connaissances nouvelles les résultats issus du fonctionnement de dialectiques constituées des actions sur les milieux qui leur sont donnés, et des rétroactions produites ; cela avant qu'une phase d'institutionnalisation permette d'identifier comme des savoirs une partie de ces connaissances nouvelles. En ce sens, on pourrait considérer le dispositif des TPE comme allant plus loin que l'enseignement par adaptation dans « l'effacement » des rôles d'enseignant – celui qui montre –, et de professeur – « celui qui se déclare expert », d'après son étymologie latine –, afin de laisser une place plus grande aux élèves dans l'étude, la construction de réponses, et éventuellement de savoirs. On perçoit, à travers l'implantation du dispositif dans le système éducatif, la volonté d'apporter une contribution à la formation « d'esprits libres et éclairés », ayant à construire par eux-mêmes et dans un temps ultérieur, grâce à une enquête autonome menée hors du cadre scolaire, des réponses à des questions auxquelles leur vie d'adulte et de citoyen les confrontera. L'extinction de la nécessité de s'astreindre personnellement à la forme scolaire est en effet l'un des buts assignés à l'éducation et à l'enseignement : pouvoir se passer des institutions constituées pour « être porté vers le haut » dans la connaissance – autrement dit

Depuis lors, Y. Chevallard a développé une théorisation qui s'appuie sur ce qu'il a nommé « le schéma herbartien ».

⁷ En TSD, les situations de la mesure de l'épaisseur des feuilles de papier pour enseigner les fractions me semblent prototypiques d'une problématique prise en charge par le didacticien, et non par les élèves, et de situations bâties *a priori* par le didacticien pour les élèves, afin qu'ils construisent des connaissances grâce à une dialectique avec des milieux conçus à cet effet : trouver un code, confronter les codes, constituer des tableaux faisant apparaître la proportionnalité et les travailler, travailler sur des couples puis se demander si ce sont des nombres afin d'arriver à l'addition de certaines fractions, etc. (*Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire* de Nadine et Guy Brousseau, 1987, pages 1 à 23)

« être élève », c'est-à-dire engagé dans un processus grâce auquel on s'élève –, ou au contraire rechercher leur fréquentation lorsqu'on en éprouve soi-même la nécessité.

3. Quels enseignements tirer des TPE sur la gestion enseignante d'une enquête ?

Les TPE constituent un des rares dispositifs implantés dans le système éducatif à partir duquel, et en extrapolant les observations menées à l'époque, on peut anticiper les difficultés à venir pour une mise en place et une gestion par les enseignants d'une démarche d'investigation telle qu'on peut l'entendre. C'est-à-dire qui puisse prendre la forme d'une enquête (*inquiry*) menée par les élèves sous la direction du professeur : question, construction du problème, enquête et apport d'une réponse, validation de la réponse du point de vue du savoir à enseigner.

Toujours sous l'angle de la problématique du couple (question, réponse) introduite précédemment, on peut décrire quelques-uns des *habitus* et des « croyances » qui se sont constitués en autant d'obstacles chez les enseignants, parmi lesquels deux semblent avoir été parmi les plus importants lors de l'arrivée des TPE dans les lycées. D'une part, un obstacle culturel reposant sur le fait que les organisations de savoir semblent apparaître toutes faites aux yeux des sociétés, et non comme des réponses à des questions, et qu'à toute question correspond par avance une réponse. L'une des conséquences concrètes de cette vision du savoir en a été la production de « TPE – exposés », recopiage de morceaux de réponses à des questions non entrevues, tant de la part des élèves qui réalisaient, que de celle des professeurs qui encadraient. Ce fut le cas de la majorité des premières générations de TPE, révélateurs de cette vision pour laquelle toute question a par avance une réponse déjà produite, et non pas restant à construire, ne serait-ce que pour soi-même.

D'autre part, un obstacle professionnel car la démarche qui consiste à problématiser un objet de savoir pour l'enseigner est, dans la majorité des cas, étrangère à la pratique enseignante ; et ce ne sont pas les « activités », même affublées du qualificatif de « situations – problèmes », qui peuvent aller à l'encontre de cet état de fait⁸. De surcroît, dans le cas des TPE, la réponse à la question constituant le sujet, n'est pas et ne peut être, le plus souvent, connue *a priori* des professeurs. Un des effets de cet obstacle s'est traduit par l'impossibilité pratique de s'engager dans des gestes inhabituels, car extérieurs à l'enseignement d'un programme disciplinaire : mener une enquête sur le thème ou le sujet en sortant éventuellement de son cadre disciplinaire *stricto sensu*, prononcer ou non la recevabilité d'un sujet, diriger une recherche, gérer l'inattendu, etc. Dans ce cas encore, la porte est restée grande ouverte pour rabattre le travail à faire en TPE sur un exposé.

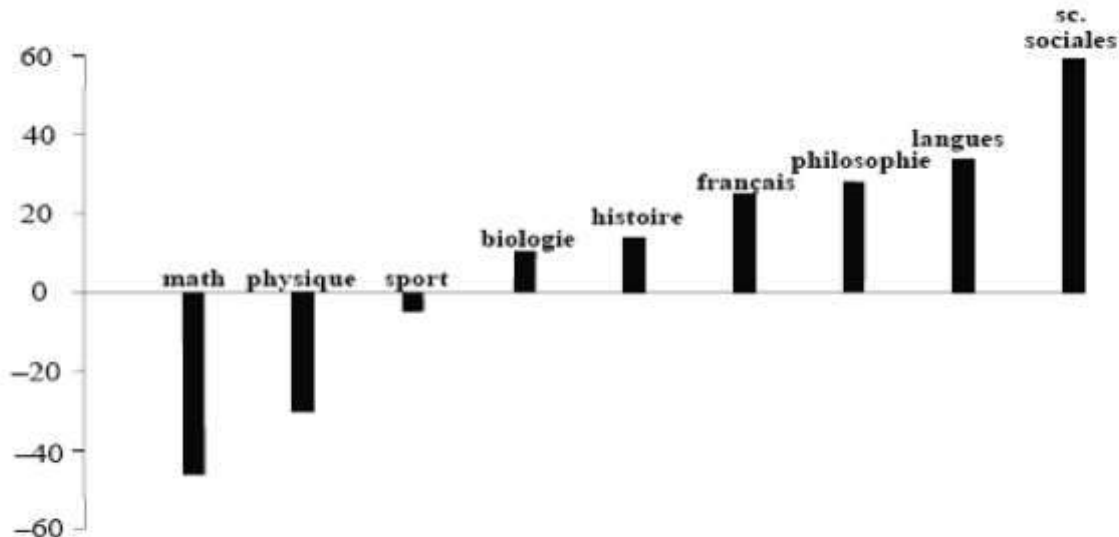
Ces obstacles professionnels se sont concrétisés dans l'impossibilité « théorique », que l'on a vu s'exprimer chez les adversaires déclarés du dispositif, d'accepter la double légitimité didactique (c'est ainsi que les élèves peuvent apprendre lors d'un TPE, et un tel TPE est réalisable par le professeur), et épistémologique (c'est ainsi que les savoirs se constituent) d'un TPE bâti sur la recherche d'éléments de réponses à une question. Assurément, la mise en place des TPE, et par contrecoup les résistances voire les oppositions qu'ils ont suscitées dans un premier temps, témoignent d'une rupture avec l'ordinaire de l'enseignement, tant du point de vue de l'organisation didactique que de celui du régime du savoir. Les questions

⁸ Le texte du programme indique sous le paragraphe « Le choix d'une situation – problème » : « analyser les savoirs visés et déterminer les objectifs à atteindre ; repérer les acquis initiaux des élèves ; identifier les conceptions ou les représentations des élèves, ainsi que les difficultés persistantes (analyse d'obstacles cognitifs et d'erreurs) ; élaborer un scénario d'enseignement en fonction de l'analyse de ces différents éléments ». Le texte semble laisser croire que la profession possède les techniques qui permettront la réalisation de ces étapes ; et que chaque enseignant dispose à la fois de leur maîtrise et du temps nécessaire à leur mise en œuvre... Ce paragraphe étant le premier d'une série de sept exposant des prescriptions du même ordre exposant le « canevas d'une séquence d'investigation ».

importantes pour la formation des jeunes générations, dont l'Ecole a pour charge de fournir les outils d'attaque, relèvent rarement d'un champ disciplinaire unique. La démarche consistant à travailler en TPE une question que l'on a construite – ce qui signifie aussi que toutes les questions ne se valent pas et ne peuvent être reçues comme telles – engage à accorder du prix à la recherche personnelle, autonome ou en collaboration avec d'autres, pour des questions, scolaires ou personnelles, qui le méritent. Dans ce sens, les TPE remplissent une fonction propédeutique pour des enquêtes que les élèves auront peut-être à mener au cours de leur vie d'adulte ; que ce soit à titre personnel, professionnel ou en tant que citoyen qui cherche à s'instruire. La recherche menée dans les savoirs constitués, dans les médias qui fournissent des briques pour construire des réponses, est une première expérience pour l'exercice d'un regard critique sur la validité des sources disponibles, la prise de conscience de « ne jamais recevoir aucune chose pour vraie que je ne la connusse effectivement pour telle ; c'est à dire d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention », pour reprendre la formule de Descartes ; donc d'une disposition à ne pas faire *a priori* confiance à l'information fournie sans qu'on l'ait à son tour vérifiée, questionnée. Sur ce seul plan, les TPE sont porteurs d'une incontestable fonction formatrice pour laquelle le rôle d'accompagnement assuré par l'enseignant n'est sans doute pas négligeable, même si les gestes enseignant nécessaires ne font pas encore partie d'un bagage professionnel partagé.

IV. L'Etude par la Recherche : une démarche d'investigation pour l'enseignement des mathématiques

1. A partir de l'état du système, un projet d'enseignement issu de la didactique des mathématiques



Le graphique ci-dessus, extrait de Establet et *al.* (2005), indique en % les différences entre réponses positives et négatives des lycéens de l'enseignement général et technologique, matière par matière, lors de la consultation lancée à l'occasion de la réforme du lycée mise en place au début des années 2000. Il parle de lui-même en ce qui concerne l'appréciation portée sur les mathématiques...

L'enseignement actuel des mathématiques est donc soumis à une double pression : une crise se manifestant par une perte de la visibilité sociale de son sens (ce qu'indique ce graphique pour les lycéens, mais on peut s'autoriser une extrapolation qui dépasse cette seule catégorie

de la population), et une volonté institutionnelle d'un enseignement qui engage dans une authentique activité scientifique (ce qu'indiquent l'inscription dans le programme d'un enseignement recourant à la démarche d'investigation, ou les présupposés généraux sur l'enseignement des mathématiques tels qu'on peut les lire en tête des programmes de Collège et Lycée). Or, quarante ans avant la publication d'injonctions institutionnelles relatives à la démarche d'investigation, la didactique des mathématiques s'est posée la question d'un enseignement basé sur une genèse artificielle du savoir qui engage collectivement les élèves. Les ingénieries nées de cet effort, notamment au COREM, visaient à créer des phénomènes afin de les étudier pour les théoriser, et à montrer la possibilité locale d'un enseignement « par adaptation ».

Une des questions à l'ordre du jour devient désormais celle des conditions à mettre en place afin de rendre possible, au sein du système et non pas dans une seule école, un enseignement du programme inscrivant son étude dans une dynamique de recherche par les élèves d'éléments de réponse à une question qui leur est dévolue. (CD)AMPERES s'est attelé à ce travail et on trouvera ses propositions à l'adresse suivante : <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/>. Ses productions se démarquent des « activités introductives » des manuels, des « problèmes ouverts » ou « problèmes pour chercher ». Elles s'appuient sur des outils incontournables venus des recherches en didactique car le bricolage pédagogique a, depuis que les professeurs y recourent, montré ses limites en ce domaine. La conception des productions et l'analyse de leur passation révèlent certaines contraintes systémiques actuellement indépassables, et explorent les conditions nouvelles à mettre en place. Parmi elles, les questions de formation des professeurs restent largement ouvertes puisque dépendantes de décisions politiques.

2. A l'origine du projet (CD)AMPERES

Depuis la didactique des mathématiques, quelques raisons ont pu être relevées qui fournissent des éléments de réponses explicatives de ce « désamour ». L'une d'entre elles tient à la nécrose des objets d'enseignement. Prenons sur ce point un exemple relatif à la place accordée à l'étude des triangles au Collège et au Lycée. Suivant la logique du questionnement inscrite dans la démarche d'investigation, mais en l'appliquant à d'autres qu'aux élèves, qui, parmi les professeurs de mathématiques peut-il encore donner les raisons justifiant d'accorder tant d'importance à la géométrie du triangle dans le secondaire ? Les connaissances professionnelles enseignantes, sans doute insuffisantes, ne sont sûrement pas seules en cause. L'utilité des triangles pour des problèmes ayant trait aux affaires de hommes (la triangulation précisément) paraît désormais socialement peu visible aux citoyens, et par conséquent aux professeurs ; si tant est que la société considère que cette utilité demeure. Certains contenus de programme semblent alors perdurer parce que dans la tradition, l'héritage scolaire, que les enseigner apparaît « bel et bon ». Sur ce seul cas, et il y en a bien d'autres, on a perdu l'une des questions fondamentales : par exemple « pourquoi l'honnête homme du XXI^e siècle se devrait-il de savoir que la somme des angles d'un triangle vaut 180° ? », et son corollaire « en quoi est-ce utile de le savoir ? » De ce point de vue, seule une refondation exigeante du curriculum de mathématiques (c'est-à-dire engageant une réflexion sérieuse et donc large, à la manière de la commission Kahane au début des années 2000) pourrait commencer à inverser la tendance.

Mais une des raisons du « désamour » des lycéens pour les mathématiques – non pas la seule mais en tout cas l'une des principales – tient aussi, pour une bonne part et en liaison avec la précédente, à la forme actuelle de l'enseignement des mathématiques. Lorsqu'on observe cet enseignement depuis la France, mais ce trait dépasse le cadre de ce seul pays, quelques phénomènes peuvent être relevés qui contribuent à expliquer pour partie cette crise : « perte »

des questions fondatrices de divers domaines des mathématiques induisant en retour une perte de sens des mathématiques chez les élèves, cloisonnement thématique qui induit une forme parcellaire de l'enseignement découpé en chapitre duquel la cohérence et les liens échappent, recours massif au recopiage plus ou moins arrangé et à la passation en classe d'activités dites « introductives » trouvées dans les manuels ou sur l'Internet, le plus souvent non significatives, purement formelles, dépourvues de pertinence épistémologique.

Par ailleurs, le découpage horaire des séquences confère à l'heure le rôle de mètre-étalon du temps d'enseignement : les mathématiques rencontrées dans l'heure se doivent en conséquence de former un tout. Si d'aventure une question problématique est soumise à l'étude en début d'heure, l'impératif catégorique découlant de la « tyrannie de l'heure » implique que la réponse soit donnée dans cette même heure, accompagnée si possible des exercices d'entraînement qui lui sont relatifs.

3. Le travail de l'équipe (CD)AMPERES : vers un type nouveau d'étude par la recherche

Le travail dans lequel sont engagés les membres de l'équipe (CD)AMPERES vise à libérer l'enseignement de certaines des contraintes que nous venons d'évoquer, tout en acceptant consciemment d'autres. Hormis celles sur lesquelles il est difficile d'agir, par exemple celle relative au découpage horaire, la contrainte principale que suit le projet tient dans le respect des contenus du programme de mathématiques. L'objectif consiste à proposer aux professeurs un système de conditions pour un processus d'étude des mathématiques d'un nouveau type, afin qu'elles prennent davantage de sens aux yeux des élèves.

Notre travail suit ainsi l'une des directions fondatrices de la didactique des mathématiques : le développement de l'usage des outils théoriques qu'elle a établis pour la conception d'un enseignement favorisant dans la classe une genèse artificielle des savoirs mathématiques à étudier. Contre des activités non mathématiquement motivées, il s'agit d'en concevoir d'authentiques permettant l'étude par la construction collective du savoir comme recherche de réponse à une question dévolue à la classe. Contre le morcellement du savoir, il s'agit de développer des parcours d'étude permettant un recouvrement partiel de secteurs ou domaines du programme d'un ou plusieurs niveaux, à partir de questions à fort pouvoir générateur d'étude.

Dévoluer aux élèves la responsabilité de construire une réponse à une question est sans doute nécessaire si l'on souhaite « re-dynamiser l'enseignement des mathématiques » – c'est-à-dire rendre les élèves auteurs, et non spectateurs des mathématiques – mais cela reste encore partiellement insuffisant. Par exemple, si l'on poursuit l'exemple relatif à l'étude du triangle, il est nécessaire de se poser la question de leur utilité mathématique – ou extra-mathématique sachant que les mathématiques fourniront le modèle permettant de traiter la question dans ce dernier cas –, au moins pour justifier qu'on les étudie en leur consacrant tant de place et de temps dans le système éducatif. De même, est-il tout autant nécessaire d'analyser les parties des mathématiques des programmes scolaires dans lesquelles on les rencontre, ou plutôt que leur étude peut engendrer ; tant aux plans didactique qu'épistémologique ou encore à celui de leur organisation après transposition didactique. On a alors davantage de chances de ne pas verser dans la parcellisation thématique à partir de laquelle le sens s'éteint.

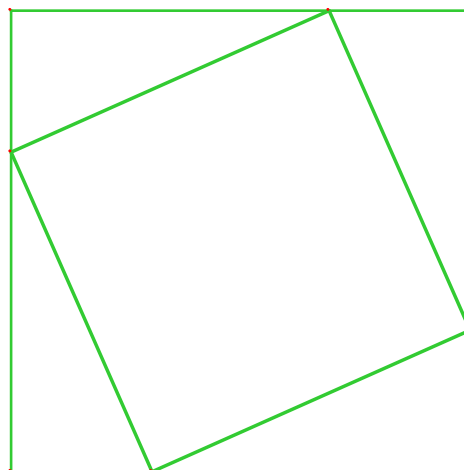
4. Quitter le niveau du sujet ou du chapitre, pour dévoluer la question au niveau du domaine

En conséquence, la question à dévoluer mérite d'être posée – sur l'exemple des triangles comme sur bien d'autres –, non plus au niveau du thème *stricto sensu*, mais au niveau du

domaine ; celui de la géométrie plane dans ce cas. Concevoir un enseignement des mathématiques bâti sur cette double préoccupation – dévoluer une question, mais une question qui soit *suffisamment large* pour générer « beaucoup » de mathématiques, celles que l'on rencontre dans des classes de plusieurs niveaux, afin que leur sens soit le moins possible perdu – revient à enseigner avec le souci de faire vivre dans ses classes l'étude et la construction par les élèves de savoirs par la recherche de réponses à une grande question génératrice, reprise en plusieurs fois, sur plusieurs années peut-être. Cette étude engendrant sans doute la recherche de réponses à des sous-questions cruciales, car s'imposant en raison, pour l'instruction de la question génératrice. On aboutit ainsi à une forme d'enseignement qui génère non des organisations mathématiques locales, c'est-à-dire portant sur un seul thème, un seul chapitre, mais des savoirs organisés en un recouvrement partiel de secteurs, voire de domaines des mathématiques : sur cet exemple du triangle, la génération d'au moins une grande partie de la géométrie plane.

Sur l'exemple du cercle circonscrit au triangle, une question génératrice devient : « combien de cercles peut-on faire passer par 1, 2, 3, ... n points ? » Une telle question ne peut se traiter en quelques chapitres et sur un seul niveau de classe. Mais on entrevoit que pour $n = 1$ et $n = 2$, la réponse correspond à des savoirs du programme de 6^e, pour $n = 3$ au programme de 5^e, et ainsi de suite jusqu'à étudier les conditions de cocyclicité au cycle terminal. Il en va de même de l'enseignement des ensembles de nombres, de l'algèbre et des variations de fonctions dont l'une des questions auxquelles ces savoirs répondent est celle de la recherche de facilité de calculs sur des programmes de calcul. Les mathématiques sont alors motivées par des questions telles que : « Comment représenter un programme de calcul, s'assurer de l'équivalence de deux programmes, trouver les valeurs pour lesquelles ils donnent même réponse, les comparer ? », « Comment calculer la distance entre deux points inaccessibles ? », etc. Ce qui engage dans un premier temps les enseignants vers une recherche de nature épistémologique sur le savoir – qui n'a rien à voir avec un enseignement de l'histoire des mathématiques –, afin de trouver des questions générant la construction du savoir et qui puissent être transposées et dévolues aux élèves à partir de leurs connaissances et dans le cadre du programme.

Un autre avantage de ce type d'enseignement vise l'amélioration postulée de l'apprentissage des élèves. Prenons, pour rester dans le domaine de la géométrie du triangle, l'exemple du théorème de Pythagore. Le professeur suivant le programme de 4^e fait généralement rencontrer, en « activités », le théorème direct par les élèves. Nombre de manuels de ce niveau proposent une démonstration parfois dite « chinoise » du théorème, quelquefois même une version simplifiée n'utilisant que deux des triangles rectangles ainsi disposés :



D'autres activités relèvent d'une sophistication plus ou moins grande, selon les connaissances des élèves sur lesquelles peut s'appuyer le professeur ; on sait en effet qu'il existe quelques centaines de démonstrations de ce théorème.

On peut s'interroger sur ce que retiennent les élèves de son enseignement courant, en dehors de la petite comptine qui énonce le théorème. On nous a rapporté l'épisode vécu par une bonne élève de 4^e et sa mère, professeur de mathématiques. Faisant ses devoirs et ne sachant pas répondre à la question du calcul du troisième côté connaissant les deux autres, cette élève disait à sa mère, qui lui indiquait l'utilisation du théorème de Pythagore, que celui-ci ne permet que d'établir des résultats sur des aires résultant d'un coloriage, et non de calculer des longueurs... Pour expliquer cette méprise, on peut légitimement soupçonner qu'une des raisons d'être du théorème n'avait pas été rencontrée par cette élève, ni sans doute enseignée ; hormis le petit jeu qui consiste à décomposer et recomposer, peut-être même seulement « par la vue », les différentes parties de la figure.

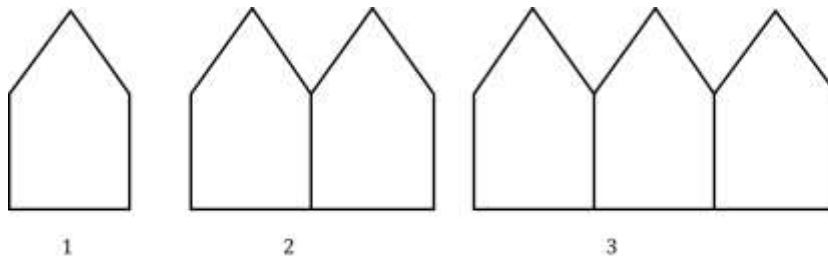
Dans ce genre de situations que les observations didactiques montrent très fréquentes dans l'enseignement courant, les élèves rencontrent ou non, tardivement ou pas, dans les exercices que le professeur donne, une des raisons du théorème de Pythagore : « calculer une longueur ». Ils apprennent ou non, par eux-mêmes et de manière aléatoire, à quelle question il peut répondre. Les meilleurs découvriront ensuite, et s'ils savent établir d'eux-mêmes le lien avec ce qu'ils ont antérieurement appris en trigonométrie, ou à propos de la similitude (théorème de Thalès par exemple), que la résolution de triangles (en 1^{re} S) permet de calculer des distances inaccessibles. La démarche suivie par (CD)AMPERES est l'inverse de celle qui laisse quelques bons élèves établir, par et pour eux-mêmes, des rapprochements afin de parvenir à retrouver ce fait que la géométrie du triangle permet, entre autres, de calculer des longueurs dans certains cas où on ne peut les mesurer directement, et que les divers théorèmes enseignés permettent la résolution du problème dans certains cas, en fonction des données dont on dispose. Elle consiste à poser et dévoluer aux élèves la question au niveau général, puis à faire établir des résultats partiels, sous la direction du professeur, tout au long de ce qu'on a nommé un parcours d'étude et de recherche, qui s'étale sur une durée longue, de l'ordre du trimestre ou des années. Ce type d'enseignement peut en effet supporter la métaphore d'un parcours pédestre au cours duquel on interrompt parfois son avancée, afin d'occuper son attention à la découverte d'un paysage nouveau, puis qu'on reprend ultérieurement si on ne décide pas de changer de direction, etc. Mais un parcours pédestre dans lequel il y aurait des côtes et des moments plus faciles, au cours duquel les efforts personnels ou collectifs seraient nécessaires mais récompensés par la découverte du nouveau ; et non une promenade en autocar durant laquelle on se contente de regarder le paysage.

5. Un exemple : l'enseignement de l'algèbre élémentaire

Même si le terme d'algèbre a quasiment disparu des programmes de mathématiques français, on regroupera sous ce terme l'étude de certaines parties du programme : les nombres (les décimaux relatifs et ce qu'Alain Bronner a nommé l'idécimalité), le calcul sur les polynômes, les équations et inéquations, les variations et donc le début de l'étude des fonctions, etc., soit un enseignement qui court de la 5^e à la classe de 1^{re}. Le point nodal de l'étude, et aussi ce qui la génère, est fourni par la notion de programme de calcul ; grandement absente de l'enseignement effectif actuel des mathématiques puisque, il y a quatre à cinq ans de cela, un problème du Brevet des Collèges qui portait sur la notion avait provoqué l'échec massif des candidats.

Le Parcours d'Etude et de Recherche débute en 5^e par l'étude du programme de calcul : « à un nombre, ajouter un second et soustraire un troisième ». La rencontre avec ce type de programme de calcul s'effectue sur de nombreux cas particuliers que l'on souhaite traiter « de

tête » : comment calculer mentalement $5473 + 7687 - 7690$ ou $25,4 + 31,2 - 31,6$, par exemple. L'idée se répand rapidement dans la classe qu'il faut commencer par « traiter » les deux derniers nombres ; ce qui conduit à produire puis à travailler sur des opérateurs qui se comportent assez rapidement comme des nombres nouveaux, car écrits avec un signe $-$ ou un signe $+$. La question qui se pose alors est celle de savoir si l'on a effectivement le droit de les considérer comme des nombres. Les élèves savent ce qu'il se fait avec les nombres : on calcule, on les compare, etc. Ils en viennent à se demander si l'on pourrait faire de même avec ces nouvelles entités. L'étude débouche sur les opérations dans l'ensemble des décimaux relatifs ; opérations que l'on va construire en justifiant mathématiquement cette construction, c'est-à-dire en cherchant et justifiant les « règles » qu'elles doivent respecter. On engage ainsi les élèves dans un parcours de recherche qui les amène à étudier et apprendre des mathématiques épistémologiquement beaucoup plus consistantes que celles que l'on rencontre dans l'ordinaire des classes et des propositions des manuels ; même si des implicites relevant de choix axiomatiques demeurent non questionnés, ni même entrevus des élèves. L'étude se poursuit et fait rencontrer la nécessité du recours aux écritures littérales pour travailler avec des programmes de calcul. L'exemple ci-dessous, extrait de la thèse de Mariza Krynska, a été testé dans une classe de 4^e.



On demande combien d'allumettes sont nécessaires pour construire ces maisons à l'étape 5, 16, 256. Les nombres devenant grands, les élèves rencontrent la nécessité de trouver une formule générale. Elle s'exprime par une phrase du type : « on compte combien de maisons moins une, on le multiplie par 4 à cause des murs verticaux communs, puis on ajoute 5 car il faut 5 allumettes pour la première maison » ou « on multiplie le nombre de maisons par 4 et on ajoute 1 car la première maison nécessite une allumette de plus », etc. Parfois les élèves utilisent une ou deux lettres distinctes, d'autres des symboles comme \square ou \circ qu'ils jugent plus commodes. Au bout de quelques temps, alors que les productions de programmes sont diverses, on se demande pourquoi des programmes si différents donnent-ils les mêmes résultats. Les élèves en viennent à trouver que l'écriture littérale qu'ils ont fréquentée en classe de 5^e, ou encore à travers les formules de périmètre ou d'aire, est plus commode pour écrire $5 + (n - 1) \times 4$ et $4 \times n + 1$. On recherche alors pourquoi de tels programmes de calcul sont équivalents, ce qui conduit à développer et réduire afin de comparer ; d'où la nécessité de recherche de formes canoniques, etc. La comparaison de programmes de calcul conduit à la rencontre avec de nombreux savoirs des programmes de plusieurs classes : développer, factoriser, réduire, recourir aux identités remarquables. Lorsque deux programmes de calcul ne sont pas équivalents, on peut rechercher pour quelles valeurs communes ils donnent néanmoins le même résultat, pour quelles valeurs l'un est supérieur à l'autre, comment l'un varie par rapport à l'autre, etc.

V. Quels changements préalables pour une mise en place réussie de la démarche d'investigation au sein du système éducatif ?

1. Les problèmes professionnels révélés par la conception et la mise en œuvre du projet (CD)AMPERES

L'équipe (CD)AMPERES conçoit, expérimente et observe la passation de propositions d'Activités et de Parcours d'Etude et de Recherche bâties à partir de questions problématiques dévolues aux élèves. Le travail de recherche-développement actuellement entrepris a abouti à la mise en ligne de certaines de ses publications. Ce sont des documents pour le professeur, utilisables dans ses classes, et intégrant des éléments de didactique permettant, à qui veut bien consentir à l'effort de les étudier, la compréhension et la maîtrise des propositions ainsi construites et des phénomènes susceptibles de se produire en classe afin de pouvoir les observer et les réguler. Les groupes académiques, souvent rattachés à des IREM, organisent des formations continues à destination des professeurs de mathématiques. Les formateurs en IUFM des groupes (CD)AMPERES diffusent, en direction des PLC1 et PLC2 de mathématiques, ces productions et les outils qui permettent de les bâtir.

La question qui motivait les ingénieries didactiques conçues par Guy Brousseau s'est historiquement déplacée. Elle n'est plus « Est-il possible d'enseigner cette notion avec toutes les propriétés souhaitées ? », car la preuve en a été administrée pour les mathématiques de l'école primaire, au COREM de l'Ecole Michelet de Talence. Elle devient « Comment pourrait-on créer les conditions d'enseignement de cette notion dans un nombre significatif de classes et auprès d'un nombre significatif d'élèves par classe ? » (Mercier, 2002). L'ambition est plus modeste, mais engage vers la prise en compte de questions difficiles : celles de la **conception** d'un tel type d'enseignement, de la **formation** de professeurs capables de le faire vivre, de la continuation des **recherches** portant sur les contraintes à lever, celles à conserver, les conditions nouvelles à mettre en place.

Car il faut étudier les conditions de réalisation effective de telles activités et de tels parcours, ce qui signifie qu'il est nécessaire de :

- procéder à des **analyses mathématiques** et **didactiques a priori** et **a posteriori** ; et qu'il faut donc savoir mener,
- **laisser du « jeu »**, sous contrôle théorique **a priori**, au professeur, alors que le déroulement des séances était fortement encadré en ce qui concerne les ingénieries didactiques initiales,
- ne pas placer une confiance exclusive dans les milieux dénués d'intentions et avec lesquels interagissent les élèves, mais laisser **de la place pour les médias** (professeur, manuels, livres, Internet...),
- concevoir **a priori** cette organisation **à partir des outils venus de la seule théorie de l'enseignement des mathématiques existant à ce jour, la didactique** : moments de l'étude, types de situations, questions « cruciales » à dévoluer aux élèves, anticipation de leurs réactions à partir de leurs connaissances antérieures, faire la part entre milieu et média, etc.,
- **observer** la (les) passation(s), **analyser a posteriori**, retoucher éventuellement organisations didactique et mathématique,
- rédiger un document **exigeant** mais utilisable par les professeurs, explicitant les choix et leurs conséquences (ainsi que les non choix), laissant un certain « jeu », contribuant à la formation professionnelle, etc.

2. Les conditions professionnelles dont il faut disposer

Au plan des pratiques professionnelles, ou encore en se situant au niveau de la profession enseignante dans son ensemble, il est encore nécessaire de :

- oser *déconstruire*, interroger ses propres connaissances mathématiques,
- oser *mener une enquête*, questionner le savoir que l'on a à enseigner aux plans épistémologique et didactique et rechercher des éléments de réponse,
- *prendre en compte la distance* entre savoir savant et savoir (didactiquement) transposé,
- *investir le « jeu »* autorisé par le programme,
- varier ses *ressources* en ne faisant pas seulement confiance aux manuels,
- travailler en *équipes*, mobiliser *d'importants moyens*.

Au plan de la formation initiale et continue des professeurs, il est nécessaire d'enseigner afin que les professeurs sachent :

- utiliser les outils pour des choix didactiques à partir d'une *analyse raisonnée, outillée* d'éléments théoriques
- comment est organisé le savoir à enseigner, quels sont ses rapports avec les autres éléments de savoir (son écologie),
- mener des analyses *a priori* d'organisations didactiques : comment dévoluer aux élèves une question qui motive le savoir et engage dans son étude, quelle « distance » choisir, quelles conséquences prévisibles,
- quels sont les *moments didactiques* par où l'on fera passer les élèves (première rencontre, élaboration d'une technique, institutionnalisation, travail de la technique),
- quels seront les *rôles* respectifs du professeur et des élèves au cours de ces moments,
- comment *relancer l'étude* par les questions incontournables qui surgissent d'une dynamique de recherche,
- quels sont les *obstacles* qui relèvent du savoir, des connaissances antérieures,
- prévoir quels savoirs ont des chances *d'émerger de l'activité* des élèves.

3. Les conditions de recherche préalables à toute implantation d'une démarche d'investigation au sein du système éducatif

L'exposé de quelques-unes des conditions qui précèdent renvoie à la formation des enseignants, ou encore à l'existence d'une culture professionnelle enseignante. Disposer d'une telle culture professionnelle signifierait rompre avec la situation actuelle, pour en faire advenir une, inédite, où chacun ne serait plus considéré comme un producteur isolé de son enseignement, mais disposerait de ressources éprouvées, partagées, validées, réfutables non de manière subjective mais à partir d'outils reposant, comme tout outil, sur une théorie qui permet de le concevoir, et de justifier et comprendre les raisons de son efficacité. Force est de constater que les quelques associations professionnelles existantes sont loin de remplir ce rôle, et que l'Etat, lui non plus, ne le remplit pas, que ce soit dans la formation délivrée ou dans la mise à disposition de telles ressources professionnelles.

Au-delà de ce constat, mais comme un des préalables aux changements espérés, il est encore nécessaire d'apporter des réponses à des questions de recherche :

- Est-il déjà possible de faire *vivre localement*, dans le système tel qu'il est, un enseignement bâti autour de Parcours d'Etude et de Recherche ou de démarche d'investigation ? A quelles conditions didactiques ? Quels effets en termes de rapport des élèves aux mathématiques, de rapport des professeurs à leur enseignement ? Quelle formation ?
- A quelles conditions, éventuellement à créer, ce type d'enseignement peut-il *être étendu* ? Est-ce envisageable, souhaitable ? A quelles contraintes se heurte-t-il ?
- L'entièreté des programmes tels qu'ils sont, c'est-à-dire conçus sans une *réflexion didactique suffisante*, peut-elle être envisagée sous forme de Parcours d'Etude et de

Recherche ou de démarche d'investigation ? Sinon quoi ? Est-ce souhaitable ? Faut-il repenser le curriculum ?

- Comment tenir compte de *l'imprévu*, du contingent dans le déroulement du travail d'étude en classe et qui fait parfois sortir du processus de recherche ou au contraire l'accélère ?
- Comment laisser du « jeu », *des degrés de liberté*, au professeur, sans dénaturer les situations proposées, les faire dévier des finalités escomptées ?
- Sur quelles *ressources* mathématiques et didactiques s'appuyer pour la conception de Parcours d'Etude et de Recherche ou de démarche d'investigation ?

Faute d'avoir sérieusement envisagé au préalable de répondre à ces questions, d'avoir modifié certaines des conditions de l'enseignement ordinaire, les activités se présentant comme d'investigation, issues de bricolages plus ou moins heureux, risquent fort de rester « le plus souvent et fondamentalement au service de *l'illustration* d'un contenu conceptuel » (Coquidé, Fortin, Rumelhard, 2009), et non de sa production par les élèves au sein d'un processus effectif qui les engagerait dans la recherche.

Éléments bibliographiques

BACHELARD G. (1938) *La formation de l'esprit scientifique*. Librairie philosophique J. Vrin, 14^e édition 1989, Paris.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

BROUSSEAU N. & BROUSSEAU G. (1987) *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM de Bordeaux

CHEVALLARD Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, 17-54.

CHEVALLARD Y. (2004) Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire mai 2004. **Texte préparé en vue d'une communication aux Journées de didactique comparée 2004 (Lyon, 3-4 mai 2004). Version retouchée du 19 mai 2004. Disponible à l'adresse :**

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45

COQUIDE M., FORTIN C., RUMELHARD G. (2009) L'investigation : fondements et démarches, intérêts et limites. *Aster*, 49, 51-78.

FABRE M. (2009) *Philosophie et pédagogie du problème*. Librairie philosophique J. Vrin, Paris.

MATHERON Y. (2008) Le projet AMPERES. In *Cahiers Pédagogiques n° 466* 55 - 57

MATHERON Y. (2009) Praxéologies professionnelles enseignantes en mathématiques : le problème de l'enseignement parcellaire en sujets et en thèmes. In J. Clanet (Ed.) *Recherche/formation des enseignants. Quelles articulations ?* (pp. 111-125). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MERCIER A. (2002) Note de synthèse. La transposition didactique des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* n°141 135 – 171.

ROCARD M, CSERMELY P., JORDE D., LENZEN D., WALBERG-HENRIKSSON H., HEMMO V. (2007) *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Commission Européenne, Direction générale de la recherche, Science, économie et société.

WESTBROOK R. (1993) John Dewey. *Perspectives : revue trimestrielle d'éducation comparée*, vol. XXIII, n° 1-2, 1993, 277-293.